

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Cho 2 tập hợp: $A = \{x \in R \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$ và $B = \{x \in R \mid (2x - 1)^2 = 1\}$

Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B$

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$

a. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số .

b. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trên đoạn $[-1;1]$

Câu 3 (1,0 điểm). Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \frac{x + \sqrt{1 - 2x}}{\sqrt{x + 2}}$

b. $y = \sqrt{\frac{x + 1}{1 + \sqrt{x - 1}}}$

Câu 4 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P), xác định các hệ số a, b, c trong các trường hợp sau:

a) (P) có đỉnh $I(-1; -4)$ và đi qua $A(2; 5)$

b) Khảo sát vẽ đồ thị hàm số tìm được ở phần a)

Câu 5 (2,0 điểm). Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB, CD lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $3AM = AB, 2NC = CD$. Gọi I là điểm trên cạnh BC thỏa mãn $BI = \frac{6}{11}BC$, G là trọng tâm ΔBMN .

a) Biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AG}$ theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AD}

b) Chứng minh rằng A, G, I thẳng hàng.

Câu 6 (1 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài $AB = 3cm, AD = 4cm$. Lấy điểm M bất kì.

Tính độ dài các vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MD}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$

Câu 7 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2y(x^2 - y^2) = 3x \\ x(x^2 + y^2) = 10y \end{cases}$$

Câu 8 (1,0 điểm). Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn:

$$2(a^2 + b^2) + ab = (a + b)(ab + 2).$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) - 4\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$.

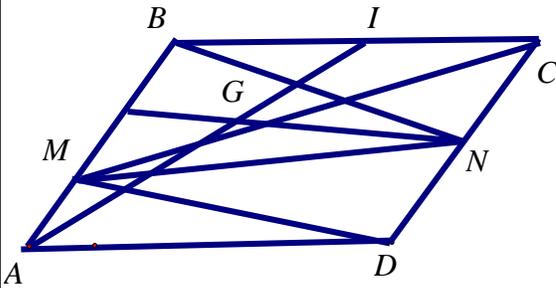
.....**HẾT**.....

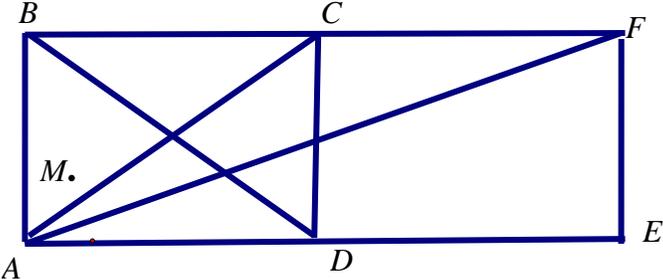
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh ; Số báo danh.....

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1		Cho 2 tập hợp: $A = \{x \in R \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$ và $B = \{x \in R \mid (2x - 1)^2 = 1\}$ Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B$	1.0
		$A = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}, B = \{0; 1\}.$	0.25
		$A \cap B = \{1\}$	0.25
		$A \cup B = \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$	0,25
		$A \setminus B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$	0,25
2		Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $y = x^3 - 3x.$	1.0
		Tập xác định của hàm số là $D = R.$ Với mọi $x \in D,$ ta có $-x \in D$	0.25
	a	$f(-x) = -x^3 + 3x = -f(x)$ suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ.	0,25
	b	Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-1; 1]$	
		Với mọi $x_1, x_2 \in D = [-1; 1]$ ta có: $T = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{x_1^3 - x_2^3 - 3(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 3$	0,25
		Do $x_1, x_2 \in [-1; 1]$ nên $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 < 3 \Rightarrow T < 0$ Vậy hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$	0,25
3	a	Tìm tập xác định của các hàm số sau: a. $y = \frac{x + \sqrt{1 - 2x}}{\sqrt{x + 2}}$	1.0
		Hàm số xác định với những giá trị x thỏa mãn: $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2}$	0,25
		Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(-2; \frac{1}{2}\right]$	0,25
	b	$y = \sqrt{\frac{x + 1}{1 + \sqrt{x - 1}}}$	
		Hàm số xác định với những giá trị x thỏa mãn: $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ \frac{x + 1}{1 + \sqrt{x - 1}} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$	0,25

		Vậy tập xác định của hàm số là: $D = [1; +\infty)$	0,25								
4		Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P).	2								
	a	(P) có đỉnh $I(-1; -4)$ và đi qua $A(2; 5)$	1,0								
		Từ giả thiết suy ra a, b, c thỏa mãn hệ $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b + c = -4 \\ 4a + 2b + c = 5 \end{cases}$	0,25								
		$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ 3a + 3b = 9 \\ c = -4 - a + b \end{cases}$									
		$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$	0,25								
		Vậy (P): $y = x^2 + 2x - 3$	0,25								
	b	Khảo sát vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 3$	1,0								
		Tập xác định $D = R$ Tọa độ đỉnh $I(-1; -4)$	0,25								
		Trục đối xứng $x = -1$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$, đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty;)$	0,25								
		Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>-4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y	$+\infty$	-4	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$								
y	$+\infty$	-4	$+\infty$								
		Đồ thị : Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 3$ là một Parabol có bề lõm quay lên trên, đồ thị cắt Ox tại $(1; 0)$ và $(-3; 0)$, cắt Oy tại $(0; -3)$	0,25								

5	<p>Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB, CD lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $3AM = AB, 2NC = CD$. Gọi I là điểm trên cạnh BC thỏa mãn $BI = \frac{6}{11}BC$, G là trọng tâm $\triangle BMN$.</p>	1,0
a	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Biểu diễn $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AG}$ theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AD}</p> </div> </div> $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$ $= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN})$ $= \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{11}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \quad (1)$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b	<p>Chứng minh rằng A, G, I thẳng hàng</p> $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$ $= \overrightarrow{AB} + \frac{6}{11}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{6}{11}\overrightarrow{AD} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{11}{18}\overrightarrow{AI}$</p> <p>$\Rightarrow \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AI}$ cùng phương hay A, G, I thẳng hàng</p>	<p>1,0</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>Cho hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài $AB = 3cm, AD = 4cm$. M là điểm bất kì. Tính độ dài</p>	1,0

6	<p>các véctơ $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 3\vec{MD}$ và $\vec{v} = \vec{MA} - 3\vec{MB} + 4\vec{MC} - 2\vec{MD}$</p> 	
	$\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 3\vec{MD} = \vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 2\vec{DB}$	0,25
	$\Rightarrow \vec{u} = 2BD = 2\sqrt{AB^2 + AD^2} = 10\text{cm}$	0,25
	$\vec{v} = \vec{MA} - 3\vec{MB} + 4\vec{MC} - 2\vec{MD} = \vec{MA} - 3(\vec{MA} + \vec{AB}) + 4(\vec{MA} + \vec{AC}) - 2(\vec{MA} + \vec{AD})$ $= \vec{AB} + 2\vec{AD}$	0,25
	$= \vec{AB} + \vec{AE} = \vec{AF} \text{ với } AE = 2AD = 8(\text{cm})$ $\Rightarrow \vec{v} = AF = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{73}(\text{cm})$	0,25
7	<p>Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2y(x^2 - y^2) = 3x & (1) \\ x(x^2 + y^2) = 10y & (2) \end{cases}$.</p>	1,0
	<p>Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$ (tm)</p>	0,25
	<p>Với $x \neq 0 \Rightarrow y \neq 0$. Từ (2) $\Rightarrow xy > 0$ Hpt $\Rightarrow 20y^2(x^2 - y^2) = 3x^2(x^2 + y^2)$ $\Leftrightarrow 3x^4 - 17x^2y^2 + 20y^4 = 0$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow (x^2 - 4y^2)(3x^2 + 5y^2) = 0$ $\Leftrightarrow x = 2y$ (Do $xy > 0$)</p>	0,25
	<p>Thay $x = 2y$ vào hệ ta được $\begin{cases} x = 2y \\ x^2 + y^2 = 5 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (thử lại tm)</p> <p>Vậy hệ đã cho có nghiệm: (2;1), (0;0).</p>	0,25
8	<p>Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn: $2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2)$.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) - 4\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$.</p>	1,0
	<p>Với a, b dương, ta có: $2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2)$ $\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 = (a+b)\left(1 + \frac{2}{ab}\right)$ $\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 = a+b + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$</p>	0,25

	<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được</p> $(a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{2(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} = 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)}$ <p>Đặt $t = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}, t > 0$ ta được: $2t + 1 \geq 2\sqrt{2(t+2)}$</p> $4t^2 - 4t - 15 \geq 0 \Leftrightarrow (2t - 5)(2t + 3) \geq 0$ $\Leftrightarrow t \geq \frac{1}{2} \quad (\text{Do } t > 0)$	0,25
	<p>Khi đó $P = t^2 - 4t - 2 = (t-2)^2 - 6 \geq \frac{1}{4} - 6 = -\frac{23}{4}$, dấu bằng khi $t = \frac{5}{2}$</p> <p>(Do : $t \geq \frac{5}{2} \Leftrightarrow t-2 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow (t-2)^2 \geq \frac{1}{4}$ với mọi $t \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$)</p> <p>suy ra $\min_{\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)} P = -\frac{23}{4} \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$.</p>	0,25
	<p>Vậy $\min P = -\frac{23}{4}$ khi và chỉ khi $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{5}{2}$ và $a+b = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ khi và chỉ khi</p> <p>$(a;b) = (2;1) \vee (a;b) = (1;2)$</p>	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Đáp án chỉ trình bày một cách, nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Học sinh được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

-----Hết-----