

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày 07 tháng 9 năm 2022

(Đề có 01 trang, gồm 5 câu)

Câu I (4.0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\left(\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)^3 + \frac{2x^2}{\sqrt{x}} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} - \frac{3\sqrt{xy} - 3y}{y-x} \cdot (x > 0, y > 0, x \neq y)$

2. Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn:  $xy + yz + zx = 2022$ . Tính giá trị biểu thức:

$$B = \frac{x}{x^2 + 2022} + \frac{y}{y^2 + 2022} + \frac{z}{z^2 + 2022} - \frac{4044}{2022(x+y+z) - xyz}$$

Câu II (4.0 điểm)

1. Giải phương trình:  $x^2 + \sqrt{x+2022} = x + \sqrt{x^2 + 2022}$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 4xy(xy-1) = 5y^2 - 4x^2 - 1 \\ 2x(x-y^2) = y^2 - y \end{cases}$$

Câu III (4.0 điểm)

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  $(x+y)^2(1+xy) + 4xy = 6(x+y)$

2. Cho hai số tự nhiên  $a, b$  thỏa mãn:  $\frac{a^3}{a+b}; \frac{b^3}{b+a}$  đều là số nguyên tố. Chứng minh rằng  $a^2 + 2b + 1$  là số chính phương.

Câu IV (6.0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ . Điểm  $C$  di động trên nửa đường tròn ( $C \neq A; B$ ). Kẻ  $CH \perp AB$  ( $H \in AB$ ). Tia phân giác của các góc  $CAB$  và  $CBA$  cắt nhau tại  $I$  và cắt các cạnh đối diện lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Tia phân giác của góc  $CHA$  cắt  $AE$  tại  $J$ , tia phân giác của góc  $CHB$  cắt  $BF$  tại  $K$ . Đường thẳng  $JK$  cắt  $CA, CB$  lần lượt tại  $M, N$ .

1. Chứng minh tam giác  $HJK$  đồng dạng tam giác  $CAB$ .

2. Chứng minh:  $CI = JK$ .

3. Xác định vị trí của  $C$  trên nửa đường tròn để  $JK$  có độ dài lớn nhất.

Câu V (2.0 điểm) Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn:  $abc = 1$ . Tìm GTNN của biểu thức:

$$P = \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{c}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{a}\right)^2 - 3(a+b+c)$$

----- Hết -----

( Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)