

Câu 1. (3 điểm) Cho các đa thức:

$$A(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 2$$

$$B(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$$

$$C(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 8x + 4\frac{3}{16}$$

a. Tính $M(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$

b. Tính giá trị của $M(x)$ khi $x = -\sqrt{0,25}$

c. Có giá trị nào của x để $M(x) = 0$ không?

Câu 2. (6 điểm)

a. Tìm các số $x; y; z$ biết rằng: $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{y+x-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

b. Tìm x : $\frac{x+4}{2010} + \frac{x+3}{2011} = \frac{x+2}{2012} + \frac{x+1}{2013}$

c. Tìm x để biểu thức sau nhận giá trị dương: $x^2 + 2014x$

Câu 3. (4 điểm)

a. Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ Tìm số nguyên x để A là số nguyên

b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $B = \frac{x^2+15}{x^2+3}$

Câu 4. (5 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:

a. $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

b. Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng

c. Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $\widehat{HBE} = 50^\circ$; $\widehat{MEB} = 25^\circ$.

Tính $\widehat{HEM}$ và $\widehat{BME}$

Câu 5. (2 điểm)

Từ điểm I tùy ý trong tam giác ABC , kẻ IM, IN, IP lần lượt vuông góc với BC, CA, AB . Chứng minh rằng: $AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Câu	Nội dung chính	Điểm
Câu 1	a. $M(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$ $= 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 2 - 2(x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3) + x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 8x + 4\frac{3}{16}$ $= (2x^5 - 2x^5) + (x^4 + 4x^4) + (-4x^3 + 4x^3) + (x^2 - 2x^2 + 3x^2) + (-2x + 10x - 8x) + 2 - 6 + 4\frac{3}{16}$ $= 5x^4 + 2x^2 + \frac{3}{16}$	0,5 0,5
	b. Tính giá trị của $M(x)$ khi $x = -\sqrt{0,25}$ Thay $x = -\sqrt{0,25}$ vào biểu thức $M(x)$ ta được: $5 \cdot (-\sqrt{0,25})^4 + 2(-\sqrt{0,25})^2 + \frac{3}{16}$ $= 0,3125 + 0,5 + \frac{3}{16}$ $= 1$	0,5 0,5
	c. Ta có: $M(x) = 5x^4 + 2x^2 + \frac{3}{16}$ $= 5(x^4 + 2\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{25}) + \frac{3}{16} - \frac{1}{5}$ $= 5(x^2 + \frac{1}{5})^2 - \frac{1}{80}$ $M(x) = 0 \Rightarrow 5(x^2 + \frac{1}{5})^2 - \frac{1}{80} = 0$ $\Leftrightarrow x^2 = -\frac{3}{20} \text{ (Vô lí)}$ Vậy không có giá trị nào của x để $M(x) = 0$	0,5 0,5
Câu 2	a. Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có : $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{y+x-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$ $= \frac{y+z+1+x+z+2+y+x-3}{x+y+z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$ (Vì $x+y+z \neq 0$). Do đó $x+y+z = 0,5$. Thay kết quả này vào đề bài ta có: $\frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2 \text{ tức là } \frac{1,5-x}{x} = \frac{2,5-y}{y} = \frac{-2,5-z}{z} = 2$ Vậy $x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = -\frac{5}{6}$	0,5 0,5 1

	b. $\frac{x+4}{2010} + \frac{x+3}{2011} = \frac{x+2}{2012} + \frac{x+1}{2013}$ $\Leftrightarrow \frac{x+4}{2010} + 1 + \frac{x+3}{2011} + 1 = \frac{x+2}{2012} + 1 + \frac{x+1}{2013} + 1$ $\Leftrightarrow (x+2014)(\frac{1}{2010} + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012} - \frac{1}{2013}) = 0$ $\Leftrightarrow x+2014 = 0$ $\Leftrightarrow x = -2014$ Vậy giá trị x cần tìm là : x = -2014	0,5 0,5 0,5 0,5												
	c. Ta có : $x^2+2014x = x(x+2014)$ <table><tr><td>x</td><td>- -2014</td><td>- 0</td><td>+</td></tr><tr><td>x+2014</td><td>- 0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>x(x+2014)</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr></table> Vậy $x^2+2014x > 0$ khi x < -2014 hoặc x > 0	x	- -2014	- 0	+	x+2014	- 0	+	+	x(x+2014)	+	-	+	0,5 0,5 1
x	- -2014	- 0	+											
x+2014	- 0	+	+											
x(x+2014)	+	-	+											
Câu 3	a. $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$ Để A là số nguyên thì $\sqrt{x}-3$ là ước của 4, tức là $\sqrt{x}-3 = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ Vậy giá trị x cần tìm là : 1 ; 4 ; 16 ; 25 ; 49	0,5 0,5 1												
	b. $B = \frac{x^2+15}{x^2+3} = \frac{(x^2+3)+12}{x^2+3} = 1 + \frac{12}{x^2+3}$ Ta có: $x^2 \geq 0$. Dấu ‘=’ xảy ra khi và chỉ khi x = 0 $\Rightarrow x^2 + 3 \geq 3$ (2 vế dương) $\Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq \frac{12}{3} \Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq 4 \Rightarrow 1 + \frac{12}{x^2+3} \leq 1+4$ $\Rightarrow B \leq 5$ Dấu ‘=’ xảy ra khi và chỉ khi x = 0 Vậy Max B = 5 $\Leftrightarrow$ x = 0.	0,5 0,5 0,5												
Câu 4 .Vẽ hình		0,5												

Câu	Nội dung chính	Điểm
Câu 4	a. Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có : $AM = EM$ (gt) $\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (đối đỉnh) $BM = MC$ (gt) Nên : $\triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c) $\Rightarrow AC = EB$ Vì $\triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MEB}$ (2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE) Suy ra $AC \parallel BE$.	0,5 0,5 0,5
	b. Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có : $AM = EM$ (gt) $\widehat{MAI} = \widehat{MEK}$ (vì $\triangle AMC = \triangle EMB$) $AI = EK$ (gt) Nên $\triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c) Suy ra $\widehat{AMI} = \widehat{EMK}$ Mà $\widehat{AMI} + \widehat{IME} = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù) $\Rightarrow \widehat{EMK} + \widehat{IME} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Ba điểm I;M;K thẳng hàng	0,5 0,5 0,5
	c. Trong tam giác vuông BHE ($\widehat{H} = 90^\circ$) có $\widehat{HBE} = 50^\circ$ $\Rightarrow \widehat{HEB} = 90^\circ - \widehat{HBE} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ $\Rightarrow \widehat{HEM} = \widehat{HEB} - \widehat{MEB} = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$ Nên $\widehat{BME} = \widehat{HEM} + \widehat{MHE} = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$ (định lý góc ngoài của tam giác)	0,5 0,5 0,5
	Câu 5 Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông NIA và NIC ta có: $AN^2 = IA^2 - IN^2$; $CN^2 = IC^2 - IN^2$ $\Rightarrow CN^2 - AN^2 = IC^2 - IA^2$ (1) Tương tự ta cũng có: $AP^2 - BP^2 = IA^2 - IB^2$ (2) $MB^2 - CM^2 = IB^2 - IC^2$ (3) Từ (1); (2) và (3) ta có: $AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$	0,5 0,5 1

Lưu ý: Nếu học sinh có cách làm khác đúng vẫn cho điểm tối đa.