PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9 (LẦN 2)
Năm học 2022 – 2023
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút *(Không kể thời gian giao đề)*
(Đề gồm có 01 trang)

Bài I. *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $A=\dfrac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6}$ với $x\ge 0; x\ne 1; x\ne 4$.

1) Tính giá trị của A khi $x=25$.

2) Chứng minh biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$.

3) Với biểu thức $P=A.B$, hãy so sánh biểu thức P với $\sqrt{P}$.

Bài II. *(2,0 điểm)*

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai địa điểm A và B cách nhau 36 km. Cùng lúc một người đi xe máy khởi hành từ A, một người đi xe đạp khởi hành từ B. Nếu đi ngược chiều nhau thì sau 45 phút họ gặp nhau. Nếu đi cùng chiều theo hướng từ A đến B thì sau 2 giờ họ gặp nhau tại C (B ở giữa A và C). Tính vận tốc mỗi xe?

2) Quả bóng tennis có đường kính 6,5cm. Tính diện tích nguyên liệu cần dùng để làm mặt xung quanh của quả bóng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2, giả thiết rằng nguyên liệu làm các mối nối là không đáng kể, lấy $\pi\approx 3,14$).

Bài III. *(2,5 điểm)*

1) Giải phương trình: $x+5\sqrt{x}-6=0$

2) Cho phương trình: $x^3+(m-5)x-m+4=0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Bài IV. *(3,0 điểm)*

Cho tứ giác ABCD (AB > CD) nội tiếp đường tròn (O). M là điểm chính giữa cung AB (phần không chứa C và D). Hai dây MC, MD lần lượt cắt dây AB tại E và F. Các dây AD, MC kéo dài cắt nhau tại P. Các dây BC, MD kéo dài cắt nhau tại Q.

1) Chứng minh CDQP là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh MC.ME = MD.MF

3) Gọi R_1, R_2, R_3, R_4 lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác DAF, DBF, CAE, CBE. Chứng minh PQ song song với AB và tính tỉ số $\dfrac{R_1+R_2}{R_3+R_4}$.

Bài V. *(0,5 điểm)*

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3xyz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q=\dfrac{x^2}{x^4+yz}+\dfrac{y^2}{y^4+zx}+\dfrac{z^2}{z^4+xy}$

Hết

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

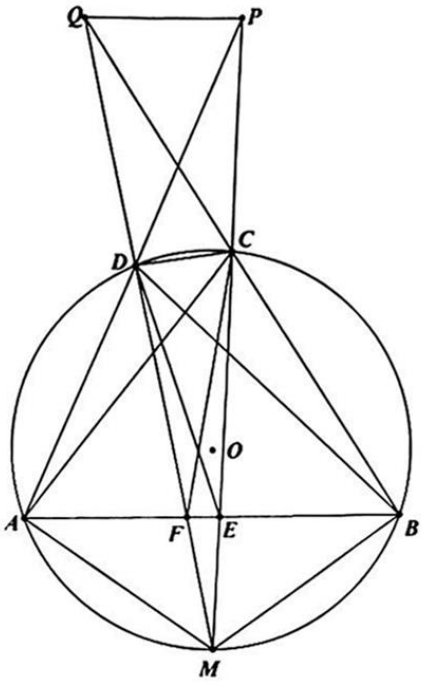
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG

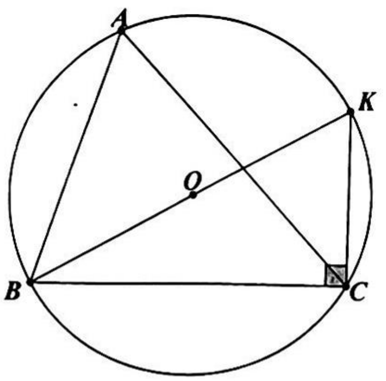
HƯỚNG DẪN CHẤM
KHẢO SÁT LỚP 9 (Lần 2)
Năm học: 2022 – 2023
Môn: Toán 9

	Đáp án	**Điểm**
Bài I		**2,0**
1)	***Tính giá trị của biểu thức*** A ***khi*** $x = 25$	***0,5***
	Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức A.	*0,25*
	$A = \dfrac{2\sqrt{25}+5}{\sqrt{25}-1} = \dfrac{2.5+5}{5-1} = \dfrac{15}{4}$. Vậy khi $x = 25$ thì $A = \dfrac{15}{4}$.	*0,25*
2)	Chứng minh biểu thức $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$.	***1,0***
	Điều kiện: với $x \ge 0; x \ne 1$ và $x \ne 4$. $B = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{2}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6}$ $= \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{2}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{9\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$	*0,25*
	$= \dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)+2\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(9\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$	*0,25*
	$= \dfrac{x+3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3+2\sqrt{x}-4-9\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$	*0,25*
	$= \dfrac{x-3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} = \dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$. Vậy $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ với $x \ge 0, x \ne 1$ và $x \ne 4$.(đpcm)	*0,25*
3)	Với biểu thức $P = A.B$, hãy so sánh biểu thức P với $\sqrt{P}$.	***0,5***
	Với $x \ge 0,\ x \ne 1, x \ne 4$. Ta có: $P = A.B = \dfrac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-1}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} = \dfrac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+3}$ Vì $x \ge 0; x \ne 1; x \ne 4 \Rightarrow \sqrt{x} \ge 0 \Rightarrow 2\sqrt{x}+5 > 0;\ \sqrt{x}+3 > 0$. Do đó $P > 0 \Rightarrow \sqrt{P}$ xác định. Xét hiệu $\sqrt{P} - P = \sqrt{P}\left(1-\sqrt{P}\right) = \sqrt{P}.\dfrac{1-P}{1+\sqrt{P}}$.	*0,25*

	Do $\sqrt{P}>0;\ 1+\sqrt{P}>0$ và $1-P=1-\frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+3}=\frac{-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}<0, \forall x\ge 0, x\ne 1, x\ne 4$ Suy ra $\sqrt{P}-P<0$ nên $\sqrt{P}<P, \forall x\ge 0, x\ne 1, x\ne 4.$ Vậy $\sqrt{P}<P.$	0,25
Bài II		**2,0**
1)		**1,5**
	Đổi 45 phút $=\frac{3}{4}$(giờ)	
	Gọi vận tốc người đi xe máy khởi hành từ A, vận tốc người đi xe đạp khởi hành từ B lần lượt là x; y (km/h; x > 0; y > 0)	0,25
	Sau $\frac{3}{4}$ giờ quãng đường người đi xe máy đi từ A là: $\frac{3}{4}x$ (km) sau $\frac{3}{4}$ giờ quãng đường người đi xe đạp đi từ B là: $\frac{3}{4}y$ (km) Cùng lúc, nếu đi ngược chiều nhau thì sau 45 phút họ gặp nhau, ta có phương trình: $\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}y=36$ (1)	0,25
	Quãng đường người đi xe máy từ A đến C sau 2 giờ là: 2x (km) Quãng đường người đi xe đạp từ B đến C sau 2 giờ là: 2y (km) Nếu đi cùng chiều theo hướng từ A đến B thì sau 2 giờ họ gặp nhau tại C, ta có phương trình: 2x - 2y = 36 (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}y=36\\2x-2y=36\end{cases}$ Giải hệ phương trình, tìm được $\begin{cases}x=33\\y=15\end{cases}$ (TMĐK của ẩn)	0,5
	Vậy vận tốc người đi xe máy khởi hành từ A là 33 (km/h) vận tốc người đi xe đạp khởi hành từ B là 15 (km/h)	0,25
2)		**0,5**
	Bán kính quả bóng tennis là: $R=\frac{6,5}{2}=3,25cm.$	0,25
	Diện tích nguyên liệu cần dùng để làm mặt xung quanh của quả bóng (với nguyên liệu làm các mối nối không đáng kể) là: $S=4\pi R^2=4\pi(3,25)^2\approx 132,67\,(cm^2).$	0,25
Bài III		**2,5**
1)	Giải phương trình: $x+5\sqrt{x}-6=0$	**1,0**

	ĐKXĐ: $x \geq 0$	0,25
	$x+5\sqrt{x}-6=0$ $\Leftrightarrow x-\sqrt{x}+6\sqrt{x}-6=0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)+6\left(\sqrt{x}-1\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-1\right)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}+6=0\\ \sqrt{x}-1=0\end{array}\right.$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-6 \text{ (vô nghiệm)}\\ \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1(t/m)\end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trình là x = 1.	0,25
2)	Cho phương trình: $x^3+(m-5)x-m+4=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.	**1,5**
	Ta có: $x^3+(m-5)x-m+4=0$ (1) $\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2+x+m-4\right)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-1=0\\ x^2+x+m-4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2+x+m-4=0 \text{ (*)}\end{array}\right.$	0,25
	Vì phương trình (1) có nghiệm x = 1, nên để phương trình đã cho có 2 nghiệm âm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ x_1x_2>0\\ x_1+x_2<0\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}1-4m+16>0\\ m-4>0\\ -1<0 \text{ (luôn đúng)}\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{17}{4}\\ m>4\end{cases} \Leftrightarrow 4<m<\dfrac{17}{4}$	0,25
	Kết luận: Vậy với $4<m<\dfrac{17}{4}$ thì phương trình đã có hai nghiệm âm phân biệt	0,25

Bài IV		3,0
	1) Chứng minh CDQP là tứ giác nội tiếp.	**1,0**
1)	 Vẽ hình đúng đến câu 1)	*0,25*
	Ta có $\widehat{QDP}=\widehat{ADM}$, $\widehat{QCP}=\widehat{BCM}$, (các cặp góc đối đỉnh). Mà M là điểm chính giữa cung AB nên $\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{BM}$ dẫn đến $\widehat{ADM}=\widehat{BCM}$ (hai góc nội tiếp trong 1 đường tròn được chắn bởi 2 cung bằng nhau). Từ đó suy ra $\widehat{QDP}=\widehat{QCP}$	*0,25*
	Xét tứ giác CDQP có: $\widehat{QDP}=\widehat{QCP}$ (cmt) Mà hai góc này có hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh QP dưới một góc không đổi.	*0,25*
	$\Rightarrow$ C, D thuộc cung chứa góc dựng trên đoạn QP (btqt) $\Rightarrow$ $CDQP$ là tứ giác nội tiếp (dhnb)	*0,25*
	2) Chứng minh MC.ME = MD.MF .	**1,0**
2)	Xét (O) có: $\widehat{MBA}=\widehat{MCA}$ (cùng chắn cung AM). Mà $\widehat{MCA}=\widehat{BCM}$ (hai góc nội tiếp trong 1 đường tròn được chắn bởi 2 cung bằng nhau). Suy ra $\widehat{MBA}=\widehat{BCM}$ dẫn đến $\Delta MEB \sim \Delta MBC$ (g-g)	*0,5*
	Suy ra $\dfrac{ME}{MB}=\dfrac{MB}{MC}\Rightarrow MB^2=ME.MC$ (1)	*0,25*
	Tương tự ta cũng có $MA^2=MF.MD$ mà $MA=MB$ (do $\overset{\frown}{MA}=\overset{\frown}{MB}$) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MF.MD=ME.MC$ (đpcm).	*0,25*

<table>
<tr><td></td><td>Chứng minh PQ song song với AB</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="6">3)</td><td>*) Từ chứng minh ở câu 1) tứ giác $CDQP$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{PQC}=\widehat{PDC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung PC).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Lại có ABCD là tứ giác nội tiếp nên: $\widehat{PDC}=\widehat{CBA}$ (cùng bù với $\widehat{ADC}$).
Do đó $\widehat{PQC}=\widehat{CBA}$, mà 2 góc này so le trong nên $PQ//AB$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>* Tính tỉ số $\frac{R_1+R_2}{R_3+R_4}$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Ta chứng minh kết quả sau: Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp là R thì $BC=2R.\sin\widehat{BAC}$.


Dựng đường kính BK của (O) thì $\widehat{BCK}=90^0$ và $BK=2R$.
Ta có: $\widehat{BAC}=\widehat{BKC}$ (cùng chắn cung BC).
Trong tam giác vuông BCK ta có:
$\sin\widehat{BKC}=\frac{BC}{BK}=\frac{BC}{2R}\Rightarrow BC=2R\sin\widehat{BKC}$
Hay $BC=2R\sin\widehat{BAC}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Áp dụng vào các tam giác DAF, DBF, CAE, CBE
Ta có: $R_1=\frac{AF}{2\sin\widehat{ADF}}, R_2=\frac{BF}{2\sin\widehat{BDF}}, R_3=\frac{AE}{2\sin\widehat{ACE}}, R_4=\frac{BE}{2\sin\widehat{BCE}}$
Nên $\frac{R_1+R_2}{R_3+R_4}=\frac{\frac{AF}{2\sin\widehat{ADF}}+\frac{BF}{2\sin\widehat{BDF}}}{\frac{AE}{2\sin\widehat{ACE}}+\frac{BE}{2\sin\widehat{BCE}}}$
Mặt khác: $\widehat{ADF}=\widehat{BDF}=\widehat{ACE}=\widehat{BCE}=\frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AB}$
$\Rightarrow \sin\widehat{ADF}=\sin\widehat{BDF}=\sin\widehat{ACE}=\sin\widehat{BCE}$.
Do đo $\frac{R_1+R_2}{R_3+R_4}=\frac{AF+BF}{AE+BE}=\frac{AB}{AB}=1$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Bài V</td><td></td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3xyz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q=\frac{x^2}{x^4+yz}+\frac{y^2}{y^4+zx}+\frac{z^2}{z^4+xy}$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có: $x,y,z>0$ và $x^2+y^2+z^2=3xyz \Rightarrow \frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}=3$
Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương:
$\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}\ge 2\sqrt{\frac{x}{yz}\cdot\frac{y}{xz}}=\frac{2}{z}$
Chứng minh tương tự:
$\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\ge\frac{2}{x}$;
$\frac{x}{yz}+\frac{z}{xy}\ge\frac{2}{y}$
$\Rightarrow \frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\ge\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\le 3$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Lại có :
$x^4+yz\ge 2x^2\sqrt{yz}\Rightarrow\frac{x^2}{x^4+yz}\le\frac{1}{2\sqrt{yz}}=\frac{1}{4}\cdot 2\cdot\frac{1}{\sqrt{y}}\cdot\frac{1}{\sqrt{z}}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$
Tương tự : $\frac{y^2}{y^4+xz}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)$; $\frac{z^2}{z^4+xy}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$
Suy ra $Q\le\frac{1}{4}\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\le\frac{3}{2}$
Dấu '=' xảy ra khi $x=y=z=1$
Vậy giá trị lớn nhất của $Q=\frac{3}{2}$ khi x = y = z = 1</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Chú ý:

+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.