

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm). Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $x^2 - 3x + 2 = 0$

2)
$$\begin{cases} y + 2 = -x \\ x + 3y = -6 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{a}{\sqrt{a}-2} + \frac{\sqrt{a}+6}{4-a} - \frac{a-1}{\sqrt{a}+2} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} - 1 \right)$ với $a \geq 0; a \neq 4$

2) Cho hai đường thẳng: $y = (2m+1)x + m - 1$ (d_1) và $y = 2x + 1$ (d_2).

Tìm m để đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm nằm phía trên trục hoành.

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Một đội công nhân theo kế hoạch phải sản xuất 120 sản phẩm, nhưng đến khi thực hiện công việc không những 2 công nhân được điều đi làm việc khác mà đội còn được giao thêm 30 sản phẩm nữa. Vì vậy để hoàn thành công việc được giao, mỗi công nhân còn lại phải làm nhiều hơn 5 sản phẩm nữa so với kế hoạch. Tính số công nhân của đội lúc đầu. (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi công nhân như nhau).

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp (O). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác cắt nhau tại H . Tia AD cắt (O) tại K (khác A).

1) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

2) Tia KE cắt (O) tại M (khác K), BM cắt EF tại I , kẻ $ES \perp AB$ tại S . Chứng minh: $\widehat{BME} = \widehat{BEI}$ và $BI \cdot BM = BS \cdot BA$.

3) Qua điểm A kẻ tiếp tuyến xy của (O), CF và CI cắt xy lần lượt tại Q và N . Chứng minh: $AQ = 2FN$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{ab}{\sqrt{5a^2 + 10ab + 10b^2}} + \frac{bc}{\sqrt{5b^2 + 10bc + 10c^2}} + \frac{ca}{\sqrt{5c^2 + 10ca + 10a^2}}$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:

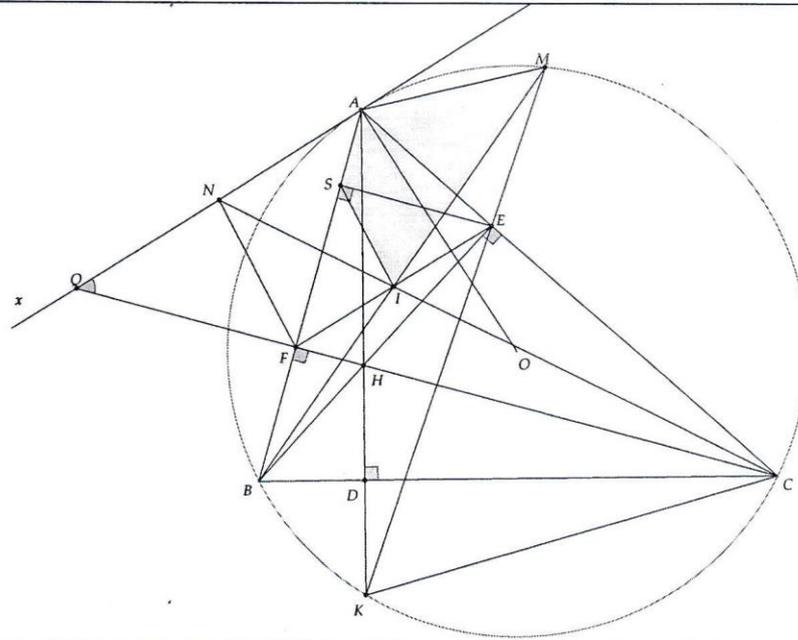
Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2:

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2điểm)	1	Phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$ Ta có: $a = 1$; $b = -3$; $c = 2$ $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$	0,75
		Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1$; $x_2 = 2$	0,25
	2	$\begin{cases} y + 2 = -x \\ x + 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -2 \\ x + 3y = -6 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} -2y = 4 \\ x + y = -2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases}$	0,25
		Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (0; -2)$	0,25
Câu 2 (2điểm)	1	$A = \left(\frac{a}{\sqrt{a}-2} + \frac{\sqrt{a}+6}{4-a} - \frac{a-1}{\sqrt{a}+2} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} - 1 \right)$ với $a \geq 0; a \neq 4$	0,25
		$= \left(\frac{a}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+6}{a-4} - \frac{a-1}{\sqrt{a}+2} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} - 1 \right)$	
		$= \frac{a(\sqrt{a}+2) - (\sqrt{a}+6) - (a-1)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} : \frac{\sqrt{a}+2 - (\sqrt{a}-2)}{\sqrt{a}-2}$	
		$= \frac{a\sqrt{a} + 2a - \sqrt{a} - 6 - a\sqrt{a} + 2a + \sqrt{a} - 2}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} : \frac{\sqrt{a}+2 - \sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}$	
			$= \frac{4a-8}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} : \frac{4}{\sqrt{a}-2}$
		$= \frac{4(a-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \cdot \frac{\sqrt{a}-2}{4}$	0,25
		$= \frac{a-2}{\sqrt{a}+2}$. Vậy $A = \frac{a-2}{\sqrt{a}+2}$ với $a \geq 0; a \neq 4$	0,25
	2	Để (d_1) cắt (d_2) thì $2m+1 \neq 2 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$ Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $(2m+1)x + m - 1 = 2x + 1$ $\Leftrightarrow (2m-1)x = 2 - m$	0,25

		$\Leftrightarrow x = \frac{2-m}{2m-1}$ $\Rightarrow \text{tung độ giao điểm là } y = \frac{2-m}{2m-1} \cdot 2 + 1 = \frac{3}{2m-1}$	0,25
		Vì giao điểm nằm phía trên trục hoành nên: $y = \frac{3}{2m-1} > 0$	0,25
		Ta có $3 > 0 \Rightarrow 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$ Kết hợp với điều kiện ta có $m > \frac{1}{2}$ Vậy $m > \frac{1}{2}$ thỏa mãn bài toán.	0,25
Câu 3 (2điểm)	1	Gọi số công nhân của đội lúc đầu là x (x nguyên, x > 2) Số công nhân thực tế tham gia làm việc là: x - 2 (công nhân)	0,25
		Theo kế hoạch mỗi công nhân phải sản xuất $\frac{120}{x}$ (sản phẩm)	0,25
		Thực tế mỗi công nhân phải sản xuất $\frac{150}{x-2}$ (sản phẩm)	
		Theo bài ra ta có phương trình : $\frac{150}{x-2} - \frac{120}{x} = 5$ Đưa về phương trình bậc 2, giải phương trình ta được $x_1 = 12; x_2 = -4$.	0,25
		Đối chiếu điều kiện $\Rightarrow x = 12$ Vậy số công nhân lúc đầu của đội là 12 người.	0,25
	2	Đề phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$ $\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 4) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2} (*)$	0,25
		Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$	
		Suy ra $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$ $\Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 \leq 3m^2 + 16$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3m^2 + 16$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \leq 3m^2 + 16$	0,25
$(2m+2)^2 - m^2 - 4 \leq 3m^2 + 16 \Leftrightarrow 8m \leq 16 \Leftrightarrow m \leq 2$		0,25	
	Đối chiếu với điều kiện (*) suy ra $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$ thì phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$	0,25	

**Câu 4
(3điểm)**

1



0,25

Vì BE, CF là hai đường cao của tam giác ABC

Nên $\begin{cases} BE \perp AC \\ CF \perp AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$

0,25

Xét tứ giác BFEC ta có:

$\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$

0,25

Mà E, F là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh BC

\Rightarrow Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn

0,25

Ta có $\widehat{BME} = \widehat{DCK}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

Mà $\widehat{DCH} = \widehat{DCK}$ ($= \widehat{BAK}$)

$\Rightarrow \widehat{BME} = \widehat{DCH}$

0,25

Mà tứ giác BFEC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DCH} = \widehat{BEI}$ (cùng chắn \widehat{BF})

$\Rightarrow \widehat{BME} = \widehat{BEI}$

0,25

Xét $\triangle BME$ và $\triangle BEI$

+ \widehat{EBM} chung

+ $\widehat{BME} = \widehat{BEI}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle BME \sim \triangle BEI$ (gg)

$\Rightarrow \frac{BM}{BE} = \frac{BE}{BI} \Rightarrow BE^2 = BI \cdot BM$ (1)

0,25

Xét $\triangle BAE$ vuông tại E có ES là đường cao

$\Rightarrow BE^2 = BS \cdot BA$ (hệ thức lượng) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BI \cdot BM = BS \cdot BA$

0,25

Chứng minh tứ giác AMIS nội tiếp

Ta có $\widehat{FSI} = \widehat{AMB}$ (góc ngoài bằng góc đối trong)

$\widehat{AMB} = \widehat{ACB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn AB)

$\widehat{ACB} = \widehat{SFI}$ (góc ngoài bằng góc đối trong)

$\Rightarrow \widehat{FSI} = \widehat{SFI}$

$\Rightarrow \triangle SIF$ cân tại I $\Rightarrow IS = IF$ (3)

0,25

Ta có $\widehat{IES} = \widehat{ISE}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau là \widehat{IFS} và \widehat{ISF})

0,25

2

3

	$\Rightarrow \Delta ISE$ cân tại I $\Rightarrow IS = IE$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $IE = IF$ $\Rightarrow I$ là trung điểm EF .	
	Ta có $\widehat{QAB} = \widehat{ACB} = \widehat{AFE}$ $\Rightarrow AQ \parallel EF$ (hai góc sole trong bằng nhau) Theo định lí Talet ta có: $\frac{IF}{NQ} = \frac{CI}{CN}$ và $\frac{IE}{NA} = \frac{CI}{CN}$ $\Rightarrow \frac{IF}{NQ} = \frac{IE}{NA}$	0,25
	$\Rightarrow NQ = NA$ (vì $IE = IF$) $\Rightarrow N$ là trung điểm AQ . ΔAFQ vuông tại F có FN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền $\Rightarrow FN = \frac{1}{2}AQ$ $\Rightarrow AQ = 2FN$	0,25
Câu 5 (1điểm)	Ta có: $5a^2 + 10ab + 10b^2 = (2a + 3b)^2 + (a - b)^2 \geq (2a + 3b)^2$, dấu “=” xảy ra khi $a = b$ Suy ra: $\sqrt{5a^2 + 10ab + 10b^2} \geq 2a + 3b$ $\Rightarrow \frac{ab}{\sqrt{5a^2 + 10ab + 10b^2}} \leq \frac{ab}{2a + 3b}$.	0,25
	Ta chứng minh: $\frac{ab}{2a + 3b} \leq \frac{3a + 2b}{25}$ (*) Thật vậy: (*) $\Leftrightarrow 25ab \leq (2a + 3b)(3a + 2b) \Leftrightarrow 6(a - b)^2 \geq 0$ (luôn đúng); dấu “=” xảy ra khi $a = b$. Do đó: $\frac{ab}{\sqrt{5a^2 + 10ab + 10b^2}} \leq \frac{3a + 2b}{25}$	0,25
	Tương tự: $\frac{bc}{\sqrt{5b^2 + 10bc + 10c^2}} \leq \frac{3b + 2c}{25}$; $\frac{ca}{\sqrt{5c^2 + 10ca + 10a^2}} \leq \frac{3c + 2a}{25}$ Cộng các BĐT trên ta được: $M \leq \frac{3a + 2b}{25} + \frac{3b + 2c}{25} + \frac{3c + 2a}{25} = \frac{1}{5}(a + b + c)$	0,25
	Ta có: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + (2ab + 2bc + 2ca)$ $\leq a^2 + b^2 + c^2 + (a^2 + b^2) + (b^2 + c^2) + (c^2 + a^2)$ $= 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 = 9$. Do đó: $a + b + c \leq 3$. Suy ra $M \leq \frac{3}{5}$. Vậy giá trị lớn nhất của M bằng $\frac{3}{5}$ khi $a = b = c = 1$	0,25

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa