

Bài 1. (2,0 điểm) Cho các biểu thức $A = \frac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{4}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Đặt $P = AB$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \frac{7}{4}$.

Bài 2. (2,0 điểm)

- 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình. Một ca nô đi từ bến A đến bến B rồi trở về A ngay. Hai bến sông cách nhau 40km và tổng thời gian cả đi và về của ca nô là 3 giờ 20 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 5km/h.
- 2) Một cốc nước hình trụ có đường kính đáy là 10cm đang chứa nước nhưng chưa đầy. Người ta thả vào cốc 6 viên bi hình cầu giống hệt nhau thì thấy mực nước trong cốc dâng lên 5cm (và nước vẫn chưa đầy cốc). Tính bán kính của mỗi viên bi.

Bài 3. (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3|x-1| + \frac{2}{y-1} = 8 \\ |x-1| - \frac{3}{y-1} = -1 \end{cases}$$
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx - 2m + 3$ và parabol $(P): y = x^2$.
 - a) Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) .
 - b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_2^2 + mx_1 = 2m$.

Bài 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng AC (M khác A, C). Đường thẳng qua điểm O vuông góc với đường thẳng OM cắt đường thẳng BC tại điểm N . Tia AN cắt tia DB tại điểm E . Gọi F là chân đường vuông góc của B đến đường thẳng CE .

- 1) Chứng minh tứ giác $MONC$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh $CO \cdot CD = CF \cdot CE$ và AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AFE .
- 3) Khi điểm M thay đổi vị trí trên đoạn thẳng AC , chứng minh đường thẳng NF luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + (x-y)^2 = 8$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $T = x + y$.

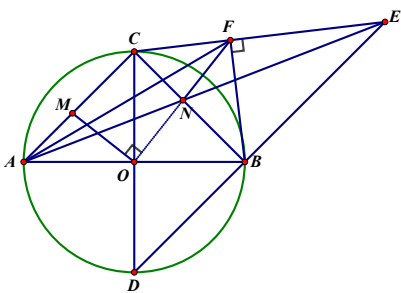
-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Nội dung – Đáp án	Điểm
Bài 1 (2,0đ)	1)	Tính giá trị của A khi $x = 9$.	0,50
		Với $x = 9$ (TMĐK) $\Rightarrow A = \frac{7}{5}$.	0,50
	2)	Rút gọn biểu thức B.	1,00
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{4}{x-1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + 2(\sqrt{x}+1) - 4}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B = \frac{x + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}.$	0,25
	3)	Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \frac{7}{4}$.	0,50
		$P = AB = \frac{x-2}{\sqrt{x}+1}.$	0,25
		$P = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \frac{x-2}{\sqrt{x}+1} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow 4x - 7\sqrt{x} - 15 = 0$	
		$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)(4\sqrt{x}+5) = 0 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (TMĐK)}$ Vậy $x = 9$	0,25
Bài 2 (2,0đ)	1)	Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 5km/h.	1,50
		Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h). Đk: $x > 0$.	0,25
		Vận tốc ca nô khi đi xuôi dòng là $x + 5$ (km/h)	0,25
		Thời gian ca nô khi đi xuôi dòng là $\frac{40}{x+5}$ (giờ)	
		Vận tốc ca nô khi đi xuôi dòng là $x - 5$ (km/h)	0,25
		Thời gian ca nô khi đi xuôi dòng là $\frac{40}{x-5}$ (giờ)	
		Đổi 3 giờ 20 phút = $\frac{10}{3}$ (giờ).	0,25
		Ta có phương trình $\frac{40}{x+5} + \frac{40}{x-5} = \frac{10}{3}$	
		Giải phương trình ta được $x = 25$ (TMĐK) hoặc $x = -1$ (loại)	0,25
		Vậy vận tốc riêng của ca nô là 25km/h.	0,25

	2)	Tính bán kính của mỗi viên bi.	0,50
		Thể tích nước dâng lên là: $V_1 = \pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2 \cdot 5 = 125\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25
		Gọi R là bán kính viên bi. Thể tích 6 viên bi là thể tích nước dâng lên trong cốc. Khi đó thể tích 6 viên bi là $V_2 = 6 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 8\pi R^3$ Từ đó: $8\pi R^3 = 125\pi \Leftrightarrow R = \frac{5}{2} \text{ (cm)}$	0,25
Bài 3 (2,5đ)	1)	Giải hệ phương trình	1,0
		ĐK: $y \neq 1$	
		Đặt $ x - 1 = a, \frac{1}{y - 1} = b \Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 8 \\ a - 3b = -1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ ta được $a = 2, b = 1$.	0,25
		Với $a = 2 \Rightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25
		Với $b = 1 \Rightarrow y = 2 \text{ (TMĐK)}$ Vậy $(x; y) \in \{(3; 2); (-1; 2)\}$.	0,25
	2a)	Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).	0,75
		Với $m = 2, (d) : y = 2x - 1$.	0,25
		Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$.	0,25
		$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$.	0,25
		Tọa độ giao điểm (1;1).	0,25
	2b)	Tìm m để $x_2^2 + mx_1 = 2m$.	0,75
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = mx - 2m + 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2m - 3 = 0 \text{ (1)}$ Có $\Delta = m^2 - 4(2m - 3) = m^2 - 8m + 12$. Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0. \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \text{ (2)}$	0,25
		Theo Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 2m - 3 \end{cases}$ Khi đó $x_2^2 + mx_1 = 2m \Leftrightarrow mx_2 - 2m + 3 + mx_1 = 2m$	0,25
		$\Leftrightarrow m(x_1 + x_2) - 4m + 3 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hoặc } m = 3$.	0,25
		Đối chiếu điều kiện ta được $m = 1$.	

Bài 4 (3,0đ)	1)	Chứng minh tứ giác $MONC$ là tứ giác nội tiếp.		1,25
			Vẽ hình đúng hết câu a)	0,25
			Chỉ ra $\widehat{MCN} = 90^\circ$, $\widehat{MON} = 90^\circ$	0,50
			Từ đó $\widehat{MCN} + \widehat{MON} = 180^\circ$	0,25
			Mà hai góc này đối nhau nên tứ giác $MONC$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	2)	Chứng minh $CO \cdot CD = CF \cdot CE$ và AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác		1,25
		Chứng minh $CO \cdot CD = CB^2$		0,50
		Chứng minh $CB^2 = CF \cdot CE$. Từ đó $CO \cdot CD = CF \cdot CE$		0,25
		Chứng minh $CA^2 = CF \cdot CE \Rightarrow \triangle CAF \# \triangle CEA$.		0,25
		Từ đó suy ra $\widehat{CAF} = \widehat{FEA}$		
		Lập luận CA là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác AFE .		0,25
	3)	Chứng minh đường thẳng NF luôn đi qua một điểm cố định.		0,50
		Tứ giác $BFCO$ nội tiếp nên $\widehat{BFO} = \widehat{BCO} = 45^\circ$. Suy ra FO là phân giác $\widehat{BFC}$. $ACBD$ là hình vuông $\Rightarrow AC \parallel BD \Rightarrow \frac{CN}{BN} = \frac{AC}{BE} = \frac{BC}{BE}$		0,25
		Mà $\triangle BFC \sim \triangle EBC \Rightarrow \frac{BC}{BE} = \frac{FC}{FB}$ Suy ra $\frac{CN}{BN} = \frac{FC}{FB} \Rightarrow FN$ là phân giác $\widehat{BFC}$ Suy ra F, N, O thẳng hàng.		0,25
	Bài 5 (0,5đ)	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $T = x + y$.		0,50
		Từ giả thiết có $x^2 + y^2 - xy = 4$. $T^2 = (x + y)^2 = x^2 + y^2 - xy + 3xy = 4 + 3xy \geq 4$ $\Rightarrow T \geq 2 \Rightarrow T_{\min} = 2$, dấu “=” xảy ra khi chẳng hạn $x = 2, y = 0$.		0,25
		Có $x^2 + y^2 = 4 + xy \leq 4 + \frac{x^2 + y^2}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 8$. $2T = 2x + 2y \leq \frac{x^2 + 4}{2} + \frac{y^2 + 4}{2} = \frac{x^2 + y^2 + 8}{2} \leq 8$ $\Rightarrow T \leq 4 \Rightarrow T_{\max} = 4 \Rightarrow T \leq 4 \Rightarrow T_{\max} = 4$, dấu “=” có khi $x = y = 2$.		