

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian giao đề)

Bài I (2,0 điểm)

Cho $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{5x+4}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$.
- 2) Rút gọn biểu thức P biết $P = A + B$.
- 3) Tìm giá trị lớn nhất của P .

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm bao nhiêu sản phẩm?

2) Người ta thả một cục đá vào cốc thủy tinh hình trụ có chứa nước, đá chìm một phần xuống nước trong cốc. Hãy tính thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó, biết diện tích đáy của cốc nước hình trụ là $16,5\text{ cm}^2$ và nước trong cốc dâng thêm 80 mm.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{6}{x-1} + \sqrt{y} = 3 \\ \frac{9}{x-1} - 4\sqrt{y} = -23 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2mx - 2m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 7$

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{2}$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ đường kính CD vuông góc AB . Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC , AM cắt CD tại E . Qua D kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt đường thẳng BM tại N . Gọi P là hình chiếu vuông góc của B trên DN .

- 1) Chứng minh rằng các điểm M, N, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
- 2) Chứng minh $EN \parallel CB$
- 3) Chứng minh $AM \cdot BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm)

Giải phương trình $x\sqrt{x+1} + (x+5)\sqrt{x+6} = x^2 + 5x + 6$

-----**HẾT**-----

Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay trong khi làm bài. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm
Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....
Chữ kí cán bộ coi thi thứ nhất.....Chữ kí cán bộ coi thi thứ hai

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN THI : TOÁN 9

Bài	Nội dung cần đạt được	Điểm
I	<p>Cho $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{5x+4}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$</p> <p>1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$.</p> <p>2) Rút gọn biểu thức P biết $P = A + B$.</p> <p>3) Tìm giá trị lớn nhất của P.</p>	
	<p>1) Thay $x = 100$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:</p> $A = \frac{2\sqrt{100}}{\sqrt{100}+2} = \frac{5}{3}$ <p>Vậy $A = \frac{5}{3}$ khi $x = 100$.</p>	0.5
	<p>2) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có</p> $P = A + B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{5x+4}{x-4}$ $P = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) + 3\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - 5x - 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $P = \frac{2x - 4\sqrt{x} + 3x + 6\sqrt{x} - 5x - 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$	0.5
	<p>3) Ta có $P = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$</p> <p>Vì $x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2 \Rightarrow P = \frac{2}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{2}{2} = 1$, dấu bằng xảy ra $x = 0$.</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của $P = 1$ khi $x = 0$.</p>	0.5
II	<p>1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình: Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm bao nhiêu sản phẩm?</p> <p>2) Người ta thả một cục đá vào cốc thủy tinh hình trụ có chứa nước, đá chìm một phần xuống nước trong cốc. Hãy tính thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó, biết diện tích đáy của cốc nước hình trụ là $16,5 \text{ cm}^2$ và nước trong cốc dâng thêm 80 mm.</p>	
	<p>1) Gọi số sản phẩm đội I, đội II làm trong tháng thứ nhất lần lượt là x, y (đơn vị: sản phẩm, $x > 0; y > 0$)</p> <p>Theo bài ra ta có: Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm nên ta có $x + y = 1100$ Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm, ta có phương trình: $x \cdot 115\% + y \cdot 120\% = 1295$</p> <p>Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1100 \\ 1,15x + 1,2y = 1295 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,2x + 1,2y = 1320 \\ 1,15x + 1,2y = 1295 \end{cases}$</p>	0.5
	<p>Trừ vế với vế của hai phương trình, ta có</p> $\begin{cases} 1,2x + 1,2y = 1320 \\ 0,05x = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1100 - x \\ x = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 600 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện ban đầu)}$	0.5

	<p>Vậy trong tháng thứ nhất đội I làm được 500 sản phẩm, đội II làm được 600 sản phẩm.</p> <p>Khi thả cục đá vào trong cốc nước, phần thể tích nước dâng lên chính bằng phần thể tích chìm trong nước của cục đá chiếm chỗ.</p> <p>Đôi 80 mm = 8 cm</p> <p>Thể tích chìm trong nước của cục đá là: $V = S.h = 16,5.8 = 132(\text{cm}^3)$</p> <p>Vậy thể tích chìm trong nước của cục đá là 132 cm^3.</p>	0.5
III	<p>1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{6}{x-1} + \sqrt{y} = 3 \\ \frac{9}{x-1} - 4\sqrt{y} = -23 \end{cases}$</p> <p>2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2mx - 2m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$</p> <p>a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 7$</p> <p>b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{2}$.</p>	
	<p>1) Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{6}{x-1} + \sqrt{y} = 3 \\ \frac{9}{x-1} - 4\sqrt{y} = -23 \end{cases} \quad \text{ĐKXĐ: } x \neq 1; y \geq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{18}{x-1} + 3\sqrt{y} = 9 \\ \frac{18}{x-1} - 8\sqrt{y} = -46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11\sqrt{y} = 55 \\ \frac{9}{x-1} - 4\sqrt{y} = -23 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{x-1} = -3 \\ \sqrt{y} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -3 \\ y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (TM)} \\ y = 25 \text{ (TM)} \end{cases}$</p> <p>Vậy hệ có nghiệm là $(x; y) = (-2; 25)$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
	<p>2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (*)</p> <p>a) Khi $m = 7$ thì phương trình (*) viết là: $x^2 - 14x + 13 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow (x-1)(x-13) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=1^2=1 \\ x=13 \Rightarrow y=13^2=169 \end{cases}$</p> <p>Vậy khi $m = 7$ thì tọa độ giao điểm của (d) và (P) là: $(1;1)$ và $(13;169)$</p> <p>b) Ta có phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (*)</p> <p>Do $a + b + c = 1 - 2m + 2m - 1 = 0$ nên phương trình có nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = 2m - 1$</p> <p>Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 \neq 1 \\ 2m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$</p> <p>Theo hệ thức Viét có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m - 1 \end{cases}$</p> <p>Ta xét:</p> <p>$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \frac{2m}{2m-1} = \frac{-1}{2} \Rightarrow 4m = -2m + 1 \Leftrightarrow 6m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6} \text{ (TM)}.$</p>	0.5 0.5

Vậy với $m = \frac{1}{6}$ thì thỏa mãn đề bài.

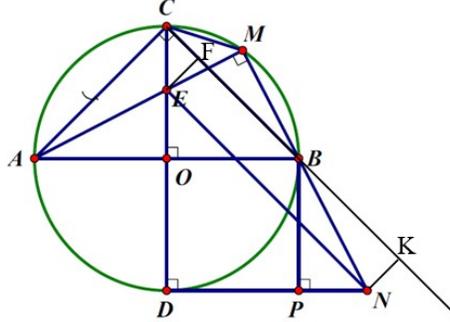
0.5

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ đường kính CD vuông góc AB . Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC , AM cắt CD tại E . Qua D kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt đường thẳng BM tại N . Gọi P là hình chiếu vuông góc của B trên DN .

1) Chứng minh rằng các điểm M, N, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh $EN // CB$

3) Chứng minh $AM \cdot BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.



1) Xét đường tròn (O) có:

$\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB)

$+ DN$ là tiếp tuyến của (O) tại $D \Rightarrow DN \perp OD$ (tính chất tia tiếp tuyến của đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{ODN} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $MNDE$ có: K

$\Rightarrow \widehat{EMN} + \widehat{NDE} = 180^\circ$ mà 2 góc này đối nhau

\Rightarrow Tứ giác $MNDE$ là nội tiếp đường tròn

\Rightarrow bốn điểm M, N, D, E cùng nằm trên một đường tròn (ĐPCM)

2) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $EMND$ có:

$\widehat{DEN} = \widehat{DMN}$ (2 góc nội tiếp chắn cung \widehat{DN})

Xét $(O; R)$ có: $\widehat{DMN} = \frac{1}{2}$ số $\widehat{DB} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$ (góc nội tiếp chắn \widehat{DB}) $\Rightarrow \widehat{DEN} = 45^\circ$

ΔOCB là tam giác vuông cân tại $O \Rightarrow \widehat{OCB} = 45^\circ$.

Ta có: $\widehat{OCB} = \widehat{DEN} (= 45^\circ)$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow DN // CB$.

3) Góc \widehat{DNM} là góc có đỉnh ở ngoài đường tròn (O) nên $\widehat{DNM} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{DM} - \text{sđ}\widehat{DB})$.

Ta lại có: số $\widehat{DB} = \text{sđ}\widehat{DA} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{DNM} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{DM} - \text{sđ}\widehat{DA}) = \frac{1}{2}$ số \widehat{AM} .

Mặt khác: $\widehat{ABM} = \frac{1}{2}$ số \widehat{AM} (góc nội tiếp chắn \widehat{AM})

Suy ra: $\widehat{DNM} = \widehat{ABM}$ hay $\widehat{PNB} = \widehat{ABM}$.

Xét hai tam giác ΔABM và ΔBNP có: $\begin{cases} \widehat{AMB} = \widehat{BPN} & (\text{Cmt}) \\ \widehat{ABM} = \widehat{PNB} & (\text{Cmt}) \end{cases}$

Suy ra: $\Delta ABM \sim \Delta BNP$ (g - g) nên $\frac{AM}{BP} = \frac{AB}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AB \cdot BP$

Nhận thấy: $OBPD$ là hình vuông nên $BP = OD = R$.

Do đó: $AM \cdot BN = AB \cdot BP = 2R \cdot R = 2R^2$.

V

0.5

0.5

0.5

0.5

	<p>Kẻ $NK \perp BC$ tại $K, EF \perp BC$ tại F. Ta có $S_{NBC} = \frac{1}{2} NK \cdot BC$</p> <p>Do BC không đổi nên $S_{NBC} \max \Leftrightarrow NK \max$</p> <p>Mà $ENKF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow NK \max \Leftrightarrow EF \max$</p> <p>$\Leftrightarrow E \equiv O \Leftrightarrow M \equiv B$</p>	0.5
	<p>Giải phương trình $x\sqrt{x+1} + (x+5)\sqrt{x+6} = x^2 + 5x + 6$</p>	
V	<p>Điều kiện: $x \geq -1$. Ta có</p> $x\sqrt{x+1} + (x+5)\sqrt{x+6} = x^2 + 5x + 6$ $\Leftrightarrow x(\sqrt{x+1} - 2) + (x+5)(\sqrt{x+6} - 3) = x^2 - 9$ $\Leftrightarrow x \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} + (x+5) \frac{x-3}{\sqrt{x+6}+3} = (x-3)(x+3)$ $\Leftrightarrow (x-3) \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{x+5}{\sqrt{x+6}+3} - (x+3) \right) = 0$ <p>Ta thấy</p> $\frac{x}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{x+5}{\sqrt{x+6}+3} - (x+3) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}+2} - \frac{x+1}{2} + \frac{x+5}{\sqrt{x+6}+3} - \frac{x+5}{2} - \frac{1}{\sqrt{x+1}+2}$ $= -\frac{(x+1)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}+2} - \frac{(x+5)(\sqrt{x+6}+1)}{\sqrt{x+6}+3} - \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} < 0, \forall x \geq -2$ <p>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$.</p>	0.25
		0.25

Lưu ý khi chấm bài:

- Trong quá trình chấm bài giám khảo có thể chia điểm nhỏ hơn ở các phần.
- Hướng dẫn chấm (HDC) chỉ trình bày một cách giải đại diện, bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo có thể căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Bài hình học nếu không vẽ hình phần nào thì không cho điểm phần đó.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.