

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6}$ và $B = \frac{4}{x-1} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \frac{5}{1-\sqrt{x}}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

- 1) Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{4}$.
- 2) Rút gọn B.
- 3) Với $P = AB$, tìm các giá trị của x để $P < 0$.

Bài II (2,5 điểm).

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe chở không quá 3 tấn hàng.

- 2) Một Tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6m.

a) Tính thể tích của bể nước hình cầu đó.

b) Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư đó có 1304 người. Hỏi người ta đã dự tính mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày?

(Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Bài III (2,0 điểm)

1. Giải phương trình sau: $3x^4 - 11x^2 + 10 = 0$

2. Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m - 2$.

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của tham số m.
- b) Gọi giao điểm của (d) và (P) là $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Hãy xác định giá trị của m để $y_A + y_B < -6$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB, lấy C thuộc đường tròn (O) sao cho $AC < CB$. Kẻ đường kính CD, Tiếp tuyến tại A và tiếp tuyến C của đường tròn (O) cắt nhau tại E, Tiếp tuyến tại C và tiếp tuyến B của đường tròn (O) cắt nhau tại F.

- 1) Chứng minh bốn điểm O, A, E, C thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $EO \parallel CB$.
- 3) Đoạn thẳng DF cắt đường tròn (O) tại J, Đường thẳng AJ cắt đường thẳng BC tại điểm H và cắt đường thẳng DC tại điểm G. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.

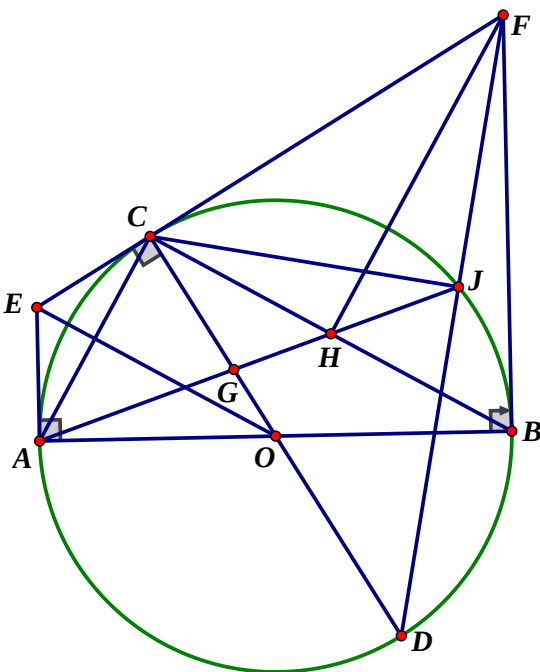
Bài V (0,5 điểm). Với a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2.

Chứng minh rằng: $ab + bc + ca > 1$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

Bài	Câu	Đáp án	
I. (2,0 điểm)	1)		0,5 điểm
		Thay $x = \frac{1}{4}$ (TMĐK) vào A ta có:	0,25
		$A = \sqrt{\frac{1}{4}} : \left(\sqrt{\frac{1}{4}} + 6 \right) = \frac{1}{13}.$	0,25
	2)		1,0 điểm
		$B = \frac{4 + (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1) + 5(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$B = \frac{x + 7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 6)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1}.$	0,25
	3)		0,5 điểm
		$P = A.B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} \cdot \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
II. (2,5 điểm)	1)		2,0 điểm
		Gọi số lượng xe được điều theo dự định là x (xe) ($x \in \mathbf{N}^*$)	0,25
		Số lượng xe phải điều trên thực tế là x + 2 (xe)	0,25
		Dự định, mỗi xe phải chở $\frac{40}{x}$ (tấn)	0,25
		Thực tế, mỗi xe chở $\frac{54}{x+2}$ (tấn)	0,25
		Do thực tế mỗi xe chở nhiều hơn dự định là 0,5 tấn nên ta có PT:	0,25
		$\frac{56}{x+2} - \frac{40}{x} = 0,5$	0,25
		Giải phương trình được x = 10 và x = 16.	0,25
		Với điều kiện mỗi xe chở không quá 3 tấn hàng thì loại x = 10.	0,25
		Vậy số lượng xe phải điều là 16 xe.	0,25
	2)		0,5 điểm
		Thể tích nước trong bể là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 36\pi \text{ (m}^3\text{)}$	0,25

		Dự tính, mỗi người dùng lượng nước trong một ngày là: $v = 36\pi : 1304 : 5 \approx 0,0173 \text{ m}^3 = 17,3 \text{ lít}$	0,25
III. (2,0 điểm)	1)		1,0 điểm
		$3x^4 - 11x^2 + 10 = 0$ $\Leftrightarrow (3x^2 - 5)(x^2 - 2) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{3}$ hoặc $x^2 = 2$	0,25
		TH1: $x^2 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$	0,25
		TH2: $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}$	0,25
	2)		1,0 điểm
	a)		0,5 điểm
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $-x^2 = mx + m - 2$ $x^2 + mx + m - 2 = 0$ $\Delta = m^2 - 4m + 8$ $\Delta = (m - 2)^2 + 4 > 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.	0,25 0,25
	b)		0,5 điểm
		Gọi x_A, x_B tương ứng là hoành độ của A và B. Ta có: $x_A + x_B = -m$ và $y_A = mx_A + m - 2, y_B = mx_B + m - 2$	0,25
		Để $y_A + y_B < -6$ thì $m(x_A + x_B) + 2m - 4 < -6$ Suy ra $m(-m) + 2m + 2 < 0$ $\Leftrightarrow (m - 1)^2 > 3$ $\Leftrightarrow m > \sqrt{3} + 1$ hoặc $m < -\sqrt{3} + 1$	0,25
	IV. (3,0 điểm)	1)	
		Hình vẽ đúng đến câu a.	0,25
		Chứng minh $\widehat{EAO} = 90^\circ$.	0,25
		Chứng minh $\widehat{ECO} = 90^\circ$.	0,25
		Chứng minh 4 điểm O, A, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính EO.	0,25

	2)		1,0 điểm
		Chứng minh $\widehat{ACB} = 90^\circ$.	0,25
		Chứng minh $EA = EC$.	0,25
		Chứng minh EO là đường trung trực của AC.	0,25
		Chứng minh $EO \parallel CB$.	0,25
	3)		1,0 điểm
		Chứng minh góc $AJD = \text{góc } ACD = \text{góc } BCF$.	0,25
		Chứng minh tứ giác CHJF nội tiếp, suy ra FH vuông góc với BC.	0,25
		Chứng minh tam giác FBC cân tại F nên H là trung điểm BC.	0,25
		Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.	0,25
V.		Với a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Chứng minh rằng: $ab + bc + ca > 1$.	0,5 điểm
(0,5 điểm)		Ta có: $a^2 - (b - c)^2 = (a + b - c)(a - b + c) > 0$ $b^2 - (c - a)^2 = (b + c - a)(b - c + a) > 0$ $c^2 - (a - b)^2 = (c + a - b)(c - a + b) > 0$ Cộng theo vế ta có: $a^2 + b^2 + c^2 - (a - b)^2 - (b - c)^2 - (c - a)^2 > 0$	0,25
		Rút gọn ta có: $2ab + 2bc + 2ca - a^2 - b^2 - c^2 > 0$ Suy ra $4(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ Do đó: $ab + bc + ca > \frac{(a + b + c)^2}{4} = 1$	0,25