

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xưởng sản xuất phải làm xong 40000 lá cờ cho các cổ động viên trong một số ngày quy định để chuẩn bị cho trận Chung kết bóng đá Nam **SEA Games 31**. Thực tế, mỗi ngày xưởng đó đã làm được nhiều hơn 200 lá cờ so với kế hoạch. Vì thế xưởng sản xuất đã hoàn thành công việc sớm trước 10 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng sản xuất phải làm bao nhiêu lá cờ? (Giả định rằng số lá cờ mà xưởng sản xuất đó làm mỗi ngày là bằng nhau).

2) Một hình nón có đường kính 42 cm và chiều cao của nón bằng 20 cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{5}{x+2} - |y+1| = 3 \\ \frac{1}{x+2} + 2|y+1| = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B . Với $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ tính giá trị biểu thức $T = x_1x_2 + y_1y_2$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Điểm M thuộc cạnh AC (M khác A và C). Vẽ đường tròn đường kính MC cắt cạnh BC tại điểm E (E khác C), cắt đường thẳng BM tại D (D khác M) và cắt đường thẳng AD tại điểm N (N khác D).

1) Chứng minh bốn điểm A, B, C và D cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{MED}$.

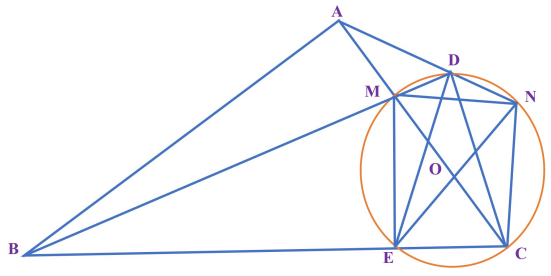
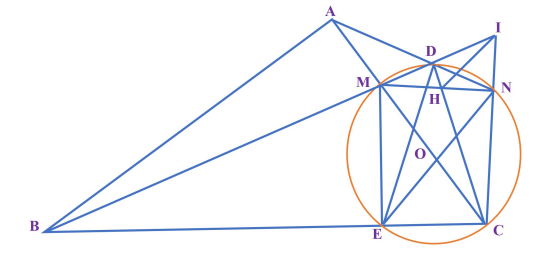
3) Đường thẳng MD cắt đường thẳng CN tại I , đường thẳng MN cắt CD tại H . Chứng minh $IH \parallel NE$.

Bài V (0,5 điểm)

Cho hai số không âm a và b thỏa mãn $a + b = 1$, tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-a^2} + \sqrt{1-b^2}$.

Bài	Nội dung	Điểm
I	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.	2,0
2	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.	1,0
	Với $x = 9$ thỏa mãn điều kiện	0,5
	Tính được $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = \frac{3+2}{3-2} = 5$	0,5
	2) Chứng minh $A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$.	1,0
	Với $x \geq 0, x \neq 4$ rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	$P = A.B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	Một xưởng sản xuất phải làm xong 40000 lá cờ cho các cổ động viên trong một số ngày quy định để chuẩn bị cho trận Chung kết bóng đá Nam SEA Games 31 . Thực tế, mỗi ngày xưởng đó đã làm được nhiều hơn 200 lá cờ so với kế hoạch. Vì thế xưởng sản xuất đã hoàn thành công việc sớm trước 10 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng sản xuất phải làm bao nhiêu lá cờ? (Giả định rằng số lá cờ mà xưởng sản xuất đó làm mỗi ngày là bằng nhau).	1,5
	Gọi số lá cờ mà xưởng phải làm trong một ngày theo kế hoạch là x (lá) ($x > 0$)	0,25
	Thời gian dự kiến mà xưởng làm xong 40 000 lá cờ là $\frac{40000}{x}$ (ngày) Thực tế mỗi ngày xưởng sản xuất làm được số lá cờ là $x + 200$ (lá cờ) Thời gian thực tế mà xưởng sản xuất làm được 40 000 lá cờ là $\frac{40000}{x+200}$ (lá cờ)	0,25
	Do sản xuất vượt kế hoạch nên sau 10 ngày trước khi hết thời hạn xưởng sản xuất đã hoàn thành xong 40 000 lá cờ. ta có phương trình $\frac{40000}{x} - \frac{40000}{x+200} = 10$ $\Leftrightarrow x^2 + 200x - 800000 = 0$ (vì $x > 0$)	0,5
	Giải phương trình ta được $x = 800$ hoặc $x = -1000 < 0$ (loại)	0,25
	Đối chiếu với điều kiện và thử lại Vậy theo kế hoạch mỗi ngày xưởng sản xuất làm được 800 lá cờ.	0,25

	2) Một hình nón có đường kính 42 cm và chiều cao của nón bằng 20 cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó (lấy $\pi \approx 3,14$)	1,0
	Bán kính đáy hình nón là: $42:2 = 21$ (cm)	0,25
	Độ dài đường sinh hình nón là: $l^2 = h^2 + r^2 = 21^2 + 20^2 = 29^2 \Rightarrow l = 29$ (cm)	0,25
	Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi.r.l \approx 3,14 \times 21 \times 29$	0,25
	$= 1912,16$ (cm ²) Vậy diện tích cần tính là: $1912,16$ (cm ²)	0,25
III	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{5}{x+2} - y+1 = 3 \\ \frac{1}{x+2} + 2 y+1 = 5 \end{cases}$	1,0
	ĐKXĐ: $x \neq -2$ $\begin{cases} \frac{5}{x+2} - y+1 = 3 \\ \frac{1}{x+2} + 2 y+1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{x+2} - 2 y+1 = 6 \\ \frac{1}{x+2} + 2 y+1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+2} = 1 \\ \frac{1}{x+2} + 2 y+1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 1 \\ y+1 = 2 \end{cases}$	0,25
	$+) \begin{cases} x = -1 \\ y+1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \quad +) \begin{cases} x = -1 \\ y+1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$	0,5
	Đối chiếu với điều kiện và kết luận. Vậy hệ có nghiệm $(x, y) = (-1; 1)$ và $(x, y) = (-1; -3)$	0,25
	2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A; B$. Với $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ tính giá trị biểu thức $T = x_1x_2 + y_1y_2$.	1,0
	Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$ (1)	0,25
	Phương trình (1) có $a = 1 \neq 0$ và $\Delta = m^2 + 1 > 0, \forall m$ do đó phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt hay đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt. Theo định lý Vi – et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases} \quad (2)$	0,25
	Xét biểu thức $T = x_1x_2 + y_1y_2$. $y_1 = mx_1 + 1; y_2 = mx_2 + 1 \Rightarrow y_1.y_2 = (mx_1 + 1)(mx_2 + 1) = m^2x_1.x_2 + m(x_1 + x_2) + 1$	0,25
IV	$T = x_1x_2 + y_1y_2 = x_1.x_2 + m^2x_1.x_2 + m(x_1 + x_2) + 1$ (3) Từ (2) và (3) ta được $T = -1 + m^2(-1) + m.m + 1 = 0$. Vậy $T = 0$	0,25
	Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Điểm M thuộc cạnh AC (M khác A và C). Vẽ đường tròn đường kính MC cắt cạnh BC tại điểm E (E	

	khác C), cắt đường thẳng BM tại D (D khác M) và cắt đường thẳng AD tại điểm N (N khác D).	
1) Chứng minh bốn điểm A, B, C và D cùng thuộc một đường tròn.		1,5
Vẽ đúng tam giác ABC vuông tại A		0,25
Vẽ phần hình còn lại đến hết ý 1).		0,25
Chỉ ra được $\widehat{BAC} = 90^\circ, \widehat{BDC} = 90^\circ$		0,25
Có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ suy ra điểm A thuộc đường tròn đường kính BC		0,25
Có $\widehat{BDC} = 90^\circ$ suy ra điểm D thuộc đường tròn đường kính BC		0,25
Vậy bốn điểm A, B, C và D cùng thuộc một đường tròn đường kính BC		0,25
2) Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{MED}$.		1,0
Ch□ ra □□□c $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$		0,5
Ch□ ra □□□c $\widehat{ACD} = \widehat{MED}$. Suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{MED}$		0,5
3) Đường thẳng MD cắt đường thẳng CN tại I, đường thẳng MN cắt CD tại H. Chứng minh $IH \parallel NE$.		0,5
Xét tam giác MIC có $MN \perp IC; CD \perp MI$ v□ MN c□t CD t□i H Suy ra H □ tr□c tâm tam giác MIC nên $IH \perp MC$ ($IH \perp AC$) (1)		0,25
Mặt khác $\widehat{NEC} = \widehat{NDC}$ mà $\widehat{CBA} = \widehat{NDC}$ (cùng bù với góc $\widehat{ADC}$)		
Do đó $\widehat{NEC} = \widehat{CBA}$ suy ra $EN \parallel AB$ hay $NE \perp AC$ (2).		0,25
Từ (1) và (2) suy ra $IH \parallel NE$		
V Cho hai số không âm a và b thỏa mãn $a + b = 1$, tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{1 - a^2} + \sqrt{1 - b^2}$.		0,5
$P = \sqrt{1 - a^2} + \sqrt{1 - b^2} = \sqrt{(1 - a)(1 + a)} + \sqrt{(1 - b)(1 + b)} = \sqrt{b(2a + b)} + \sqrt{a(a + 2b)}$		0,25
$\sqrt{3}P = \sqrt{3b(2a + b)} + \sqrt{3a(a + 2b)} \leq \frac{3b + 2a + b}{2} + \frac{3a + a + 2b}{2} = 3(a + b) = 3$		
Suy ra $P \leq \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{3}$ khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}$		
Áp dụng $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{x + y}$ với mọi $x, y \geq 0$ ta được $P = \sqrt{1 - a^2} + \sqrt{1 - b^2} \geq \sqrt{1 - a^2 + 1 - b^2} = \sqrt{2 - (a^2 + b^2)}$		0,25
Mặt khác $a^2 + b^2 \leq a + b = 1$. $2 - (a^2 + b^2) \geq 2 - (a + b) = 1$ Suy ra $P \geq 1$		
Vậy Giá trị nhỏ nhất của $P = 1$ khi và chỉ khi $(a; b) \in \{(1; 0); (0; 1)\}$		

Lưu ý: HS trình bày cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa