

Bài I (2 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

1/ Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{9}{4}$

2/ Rút gọn biểu thức B .

3/ Với $x \in \mathbb{N}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = AB$

Bài II (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Bác An đến siêu thị mua một cái quạt hơi nước và một bộ nồi với tổng số tiền theo niêm yết là 8 500 000 đồng. Tuy nhiên, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán của quạt hơi nước và bộ nồi đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, bác An đã trả ít hơn 1 250 000 đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết của cái quạt hơi nước và bộ nồi là bao nhiêu?

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2|x+1| - 5y = 8 \\ |x+1| - 2y = 5 \end{cases};$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = -3mx + 3m - 1$ (với m là tham số)

a) Chứng minh rằng (P) và (d) luôn có điểm chung với mọi giá trị của tham số m .

b) Tìm các giá trị nguyên của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm khác phía đối với trục tung, có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $2|x_1| + 1 = 5x_2$

Bài IV (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Đường cao $AD; BE$ cắt nhau tại H . Kéo dài BE cắt đường tròn $(O; R)$ tại F .

a) Chứng minh tứ giác $BDEA$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AC là phân giác $\widehat{HAF}$, từ đó chứng minh tam giác AHF cân.

c) Kẻ tia Et là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE tại điểm E , M là giao điểm của Et và AB . Chứng minh M là trung điểm của AB .

Bài V (0,5 điểm) Cho $\begin{cases} x+1 > y \\ xy \geq 4 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2 + y^2}{x - y + 1}$.