

Bài I (2 điểm): Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{4\sqrt{x}} \text{ và } B = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x}}{1 - x} \right) \cdot \frac{x - 1}{4\sqrt{x}}, \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm giá trị của x để: $\frac{B}{A} = 1$.

Bài II (2,5 điểm):

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, một liên đội dự định trồng 60 cây xanh trong một thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định là 3 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn 1 ngày. Tính số ngày liên đội đã quy định để hoàn thành công việc.

2) Một lon nước ngọt hình trụ có thể tích là $75\pi \text{ (cm}^3\text{)}$, đường kính đáy là 5 cm. Tính chiều cao của lon nước?

Bài III (1,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{3}{x-1} + \frac{2}{y-2} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Bài IV (3,5 điểm): Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A và B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B và C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E , tia AC cắt tia BE tại điểm F .

1) Chứng minh: Tứ giác $FCDE$ nội tiếp

2) Chứng minh: $EF \cdot AB = EC \cdot AF$

3) Chứng minh: $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$

4) Cho biết $DF = R$. Chứng minh: $\tan AFB = 2$.

Bài V (0,5 điểm): Cho $a, b > 0$ và $a + b = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \left(1 + \frac{1}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{b}\right)$.