

Bài I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x-3\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-4\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 36$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài II. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai người cùng làm một công việc thì sau 7 giờ 12 phút hoàn thành xong công việc. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong công việc?

Bài III. (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x-4} + 2\sqrt{y+1} = \frac{15}{2} \\ \frac{2}{x-4} - \sqrt{y+1} = -2 \end{cases}$$
- 2) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = 4 \\ x - my = 1 \end{cases}$$
 (với m là tham số)

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn x và y là hai số đối nhau.

Bài IV. (3,5 điểm) Cho đường thẳng d và đường tròn (O;R) không có điểm chung. Kẻ $OH \perp d$ tại H. Điểm A thuộc d và không trùng với điểm H. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B và C là các tiếp điểm). BC cắt OA, OH lần lượt tại M và N. Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I.

- 1) Chứng minh 4 điểm O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $OM.OA = ON.OH$.
- 3) Chứng minh: I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

4) Chứng minh rằng khi điểm A di động trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V. (0,5 điểm) Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x + y \leq 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{1}{x^2 + xy} + \frac{1}{y^2 + xy}$

----- HẾT -----

Lưu ý: Cán bộ trông kiểm tra không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT MÔN TOÁN LỚP 9

Năm học 2022 – 2023

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
I.1	Với $x = 36$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào A ta có: $A = \frac{36 - 3\sqrt{36} + 16}{\sqrt{36} - 3}$	0,25
	$A = \frac{34}{3}$	0,25
I.2	$B = \frac{2x - 4\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$	0,25
	$B = \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}}$	0,25
I.3	$P = A.B = \frac{x - 3\sqrt{x} + 16}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{16}{\sqrt{x}} - 3$ Áp dụng BĐT Cô si cho $\sqrt{x} > 0$; $\frac{16}{\sqrt{x}} > 0$ ta được $P \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{16}{\sqrt{x}}} - 3 = 5$	0,25
	Giá trị nhỏ nhất của P là 5 khi $x = 16$ (tmđk)	0,25
II	Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x ($x > \frac{36}{5}$; giờ) Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y ($y > \frac{36}{5}$; giờ)	0,25
	Mỗi giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Mỗi giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) Trong một giờ hai người làm được $1: \frac{36}{5} = \frac{5}{36}$ (công việc).	0,25
	Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$	0,25
	Nếu người thứ nhất làm trong 5h thì làm được $\frac{5}{x}$ (công việc)	0,25

	Nếu người thứ hai làm trong 6h thì làm được $\frac{6}{y}$ (công việc)	
	Ta có phương trình $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4}$	0,25
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình tìm được $x = 12; y = 18$ (TMĐK)	0,25
	Vậy người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là 12 giờ và 18 giờ.	0,25
	Điều kiện: $x \neq 4; y \geq -1$	0,25
III.1	Đặt $\frac{1}{x-4} = u; \sqrt{y+1} = v$ ($v \geq 0$) ta có hpt $\begin{cases} 3u + 2v = \frac{15}{2} \\ 2u - v = -2 \end{cases}$ Giải hpt tìm được $u = \frac{1}{2}; v = 3$	0,25
	Ta có $\begin{cases} \frac{1}{x-4} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{y+1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 2 \\ y+1 = 9 \end{cases}$	0,25
	Tìm được $x = 6$ (TMĐK); $y = 8$ (TMĐK) và kết luận hệ phương trình có nghiệm duy nhất ($x = 6; y = 8$)	0,25
III.2a	Lập luận được hệ phương trình có nghiệm duy nhất với m.	0,25
	Tìm được nghiệm duy nhất của hệ $\begin{cases} x = \frac{4m+1}{m^2+1} \\ y = \frac{4-m}{m^2+1} \end{cases}$	0,5
	Theo đề bài x, y là hai số đối nhau nên $x + y = 0$ $\Leftrightarrow \frac{4m+1}{m^2+1} + \frac{4-m}{m^2+1} = 0$ $\Rightarrow 4m+1+4-m = 0$ $\Leftrightarrow 3m = -5$ $\Leftrightarrow m = \frac{-5}{3}$	0,25

IV		Hình vẽ đúng đến câu 1 0,25
1	Chứng minh 4 điểm O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.	
	$\angle OBA = 90^0; \angle OCA = 90^0$	0,25
	Chứng minh tứ giác OBAC nội tiếp	0,25
	$\Rightarrow$ 4 điểm O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.	0,25
2	Chứng minh $OM.OA=ON.OH$.	
	Chứng minh $OA \perp BC$	0,5
	Chứng minh $\triangle OMN$ đồng dạng $\triangle OHA$	0,25
	Suy ra $OM.OA=ON.OH$.	0,25
3	Chứng minh: I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.	
	Chứng minh AO là phân giác $\angle BAC$	0,25
	Chứng minh cung BI = cung IC	0,25
	Chứng minh BI là phân giác $\angle ABC$	0,25
	Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.	0,25
4	Chứng minh rằng khi điểm A di động trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.	
	Chứng minh $ON.OH=R^2$.	0,25
	Suy ra N cố định, kết luận BC luôn đi qua N cố định	0,25
V	Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{1}{x^2 + xy} + \frac{1}{y^2 + xy}$	
	Chứng minh: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$, với mọi $a > 0; b > 0$. Áp dụng BĐT trên ta có: $\frac{1}{x^2 + xy} + \frac{1}{y^2 + xy} \geq \frac{4}{x^2 + xy + y^2 + xy} = \frac{4}{(x+y)^2} \geq 4$	0,25
	Min $T = 4$ khi $\begin{cases} x^2 + xy = y^2 + xy \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2} > 0$	0,25

Lưu ý:

- Học sinh làm theo cách khác đúng, cho điểm tương đương.
- Bài hình: Học sinh vẽ sai hình từ câu nào, cho 0 điểm từ câu đó.

