SỞ GD&ĐT BẮC NINH
PHÒNG QUẢN LÝ CHẤT LƯỢNG

ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG CUỐI NĂM

Năm học 2018 - 2019

Môn: Toán - Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (*2,5 điểm*)

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x+1}{7x-5}$. b) $\lim\dfrac{2^n-3^n}{2.3^n-1}$. c) $\lim\left(\sqrt{n^2+6n}-2n\right)$.

Câu 2. (*2,0 điểm*)

Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2-9x$.

a) Giải bất phương trình $f'(x)\geq 0$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0=1$.

Câu 3. (*1,5 điểm*)

Cho hàm số $y=g(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{5+x}-\sqrt[3]{3x^2+5}}{x+1} & \text{khi } x>-1\\ mx+2 & \text{khi } x\leq -1\end{cases}$, với m là tham số. Tìm m để hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. (*3,0 điểm*)

Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD.

a) Chứng minh rằng đường thẳng AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (BCD).

b) Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC), (BCD). Chứng minh rằng $\cos\varphi=\dfrac{AH}{AD}$.

c) Biết các tam giác ABC, ABD, ACD có diện tích lần lượt bằng 2, 3, 4 (đơn vị diện tích). Tính diện tích tam giác BCD.

Câu 5. (*1,0 điểm*)

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có

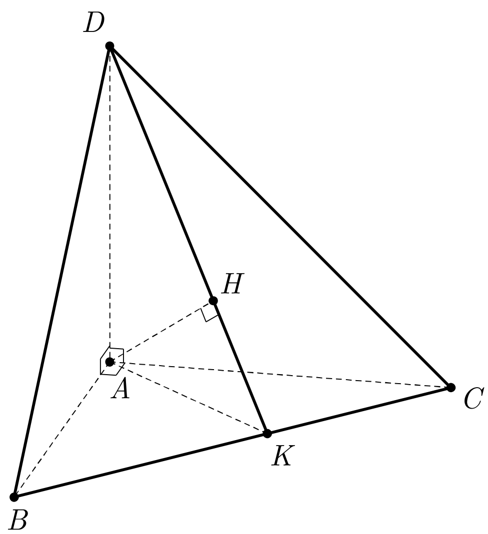
$$C_{2n}^1+3C_{2n}^3+5C_{2n}^5+\ldots+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}>\frac{(2n-1)!}{\left((n-1)!\right)^2}.$$

-------- HẾT --------

SỞ GD&ĐT BẮC NINH
PHÒNG QUẢN LÍ CHẤT LƯỢNG

HƯỚNG DẪN CHẤM
KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG CUỐI NĂM
NĂM HỌC 2018 - 2019
Môn: Toán – Lớp 11

Câu	Đáp án	Điểm
1.a.	Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x+1}{7x-5}$.	**1,0**
	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x+1}{7x-5}=\dfrac{3.1+1}{7.1-5}=2.$	1,0
1.b.	Tính giới hạn $\lim\dfrac{2^n-3^n}{2.3^n-1}$.	**1,0**
	$\lim\dfrac{2^n-3^n}{2.3^n-1}=\lim\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^n-1}{2-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n}=-\dfrac{1}{2}.$	1,0
1.c.	Tính giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+6n}-2n\right)$.	**0,5**
	$\lim\left(\sqrt{n^2+6n}-2n\right)=\lim n\left(\sqrt{1+\dfrac{6}{n}}-2\right)=-\infty.$	0,5
2.a.	Giải bất phương trình $f'(x)\ge 0$.	**1,0**
	Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9,\forall x\in\mathbb{R}$.	0,5
	Vậy $f'(x)\ge 0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\x\le -1\end{array}\right.$.	0,5
2.b.	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0=1$.	**1,0**
	Tung độ tiếp điểm là $y_0=f(1)=-11$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $k=f'(1)=-12$.	0,5
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là $y=-12(x-1)-11\Leftrightarrow y=-12x+1$.	0,5
3.	Tìm m để hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.	**1,5**
	Hàm $g(x)=\dfrac{\sqrt{5+x}-\sqrt[3]{3x^2+5}}{x+1}$ liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$. Hàm $g(x)=mx+2$ liên tục trên khoảng $(-\infty;-1)$. Vì thế $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi nó liên tục tại điểm $x=-1$.	0,5
	Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+}g(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{5+x}-\sqrt[3]{3x^2+5}}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{5+x}-2+2-\sqrt[3]{3x^2+5}}{x+1}$ $=\lim\limits_{x\to -1^+}\left(\dfrac{1}{\sqrt{5+x}+2}+\dfrac{3(1-x)}{4+2\sqrt[3]{3x^2+5}+\sqrt[3]{(3x^2+5)^2}}\right)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}.$	0,5
	Và $\lim\limits_{x\to -1^-}g(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(mx+2)=2-m;\ g(-1)=2-m.$ Hàm số $g(x)$ liên tục trên tại điểm $x=-1$ khi và chỉ khi	0,5

	$\lim\limits_{x\to -1^+} g(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} g(x) = g(-1) \Leftrightarrow 2 - m = \frac{3}{4} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$. Vậy với $m = \frac{5}{4}$ thì $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.	
4.a.	Chứng minh $AH \perp (BCD)$.	**1,0**
	 Vì $AD \perp AB, AD \perp AC$ nên $AD \perp (ABC)$ và $AD \perp BC\,(1)$.	0,5
	Gọi $K = HD \cap BC$. Vì H là trực tâm tam giác ABC nên $HD \perp BC\,(2)$. Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp AH\,(3)$. Tương tự $BD \perp AH\,(4)$. Hai đường thẳng BC, BD cắt nhau và nằm trong mặt phẳng (BDC) nên từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (BCD)$.	0,5
4.b.	Chứng minh $\cos\varphi = \frac{AH}{AD}$.	**1,0**
	Ta thấy $AD \perp (ABC)$, $AH \perp (BCD)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABC), (BCD) bằng góc giữa hai đường thẳng AD, AH và bằng góc $\widehat{HAD}$ trong tam giác vuông AHD. Do đó $\widehat{HAD} = \varphi$.	0,5
	Trong tam giác AHD, $\cos\varphi = \frac{AH}{AD}$.	0,5
4.c.	Tính diện tích tam giác BCD.	**1,0**
	Dễ thấy $BC \perp AK$. Ta có $\left(S_{\Delta BCD}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}BC.DK\right)^2 = \frac{1}{4}BC^2\left(AD^2 + AK^2\right)$ $= \frac{1}{4}BC^2.AD^2 + \frac{1}{4}BC^2.AK^2 = \frac{1}{4}\left(AB^2 + AC^2\right)AD^2 + \frac{1}{4}BC^2.AK^2$	0,5
	$= \frac{1}{4}AB^2.AD^2 + \frac{1}{4}AC^2.AD^2 + \frac{1}{4}BC^2.AK^2 = \left(S_{\Delta ABD}\right)^2 + \left(S_{\Delta ACD}\right)^2 + \left(S_{\Delta ABC}\right)^2$ $= 3^2 + 4^2 + 2^2 = 29$. Vậy $S_{\Delta BCD} = \sqrt{29}$ (đơn vị diện tích).	0,5
	Lưu ý: Học sinh cũng có thể trình bày như sau	

	Ta có $\begin{cases}\dfrac{1}{2}AB.AC=2\\ \dfrac{1}{2}AB.AD=3\\ \dfrac{1}{2}AC.AD=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}AB.AC=4\\ AB.AD=6\\ AC.AD=8\end{cases} \Rightarrow AB.AC.AD=8\sqrt{3}$. Từ đó tìm ra $AB=\sqrt{3}$, $AC=\dfrac{4\sqrt{3}}{3},\ AD=2\sqrt{3}$. Tính được $BC=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}, BD=\sqrt{15}, CD=\dfrac{2\sqrt{39}}{3}$. Đặt $p=\dfrac{1}{2}(BC+BD+CD)$ thì $S_{\Delta BCD}=\sqrt{p(p-BC)(p-BD)(p-CD)}=\sqrt{29}$ (đơn vị diện tích).	
5.	Chứng minh rằng $C_{2n}^{1}+3C_{2n}^{3}+...+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}>\dfrac{(2n-1)!}{\left((n-1)!\right)^2}$. (1)	**1,0**
	Xét khai triển $(1+x)^{2n}=C_{2n}^{0}+C_{2n}^{1}x+C_{2n}^{2}x^2+C_{2n}^{3}x^3+...+C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1}+C_{2n}^{2n}x^{2x}$ (2). Lấy đạo hàm hai vế của (2) ta được $2n(1+x)^{2n-1}=C_{2n}^{1}+2C_{2n}^{2}x+3C_{2n}^{3}x^2+...+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}x^{2n-2}+2nC_{2n}^{2n}x^{2n-1}$(3). Ở (3) lần lượt thay $x=1, x=-1$ ta thu được $$\begin{cases}C_{2n}^{1}+2C_{2n}^{2}+3C_{2n}^{3}+...+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}+2nC_{2n}^{2n}=2n.2^{2n-1}\\ C_{2n}^{1}-2C_{2n}^{2}+3C_{2n}^{3}-...+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}-2nC_{2n}^{2n}=0\end{cases}$$ $$\Rightarrow C_{2n}^{1}+3C_{2n}^{3}+...+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}=n.2^{2n-1}\ (4).$$	0,5
	Để ý rằng $2^{2n-1}=(1+1)^{2n-1}=C_{2n-1}^{0}+C_{2n-1}^{1}+...+C_{2n-1}^{n}+...+C_{2n-1}^{2n-1}>C_{2n-1}^{n}=\dfrac{(2n-1)!}{n!.(n-1)!}$ $\Rightarrow n.2^{2n-1}>\dfrac{(2n-1)!}{\left((n-1)!\right)^2}$ (5). Từ (4) và (5) suy ra $C_{2n}^{1}+3C_{2n}^{3}+...+(2n-1)C_{2n}^{2n-1}>\dfrac{(2n-1)!}{\left((n-1)!\right)^2}$.	0,5

Chú ý:

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được tính điểm tối đa.
2. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết nhưng không được vượt quá số điểm dành cho bài hoặc phần đó. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.
3. Điểm toàn bài là tổng số điểm của các phần đã chấm, không làm tròn điểm.