

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Hàm số nào dưới đây là hàm số liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $f(x) = x^2 - 1$. B. $f(x) = \frac{1}{x-1}$. C. $f(x) = \sqrt{x} - 1$. D. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = 2$. Tính $f'(1)$.

- A. $f'(1) = -2$. B. $f'(1) = 2$. C. $f'(1) = 1$. D. $f'(1) = 0$.

Câu 3. Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $y = \sqrt{x}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{2}\sqrt{x}$. B. $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$. C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x + 1$.

- A. $y' = 2 \cos 2x$. B. $y' = -2 \cos 2x$. C. $y' = \cos 2x$. D. $y' = -\cos 2x$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{5x+1}$ là

- A. $y' = \frac{1}{(5x+1)^2}$. B. $y' = -\frac{5}{(5x+1)^2}$. C. $y' = -\frac{1}{(5x+1)^2}$. D. $y' = \frac{5}{(5x+1)^2}$.

Câu 6. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ tại điểm $M(2; 0)$ có hệ số góc bằng

- A. 3. B. -15. C. -9. D. 9.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

- A. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(ABCD)$. B. (SAC) . C. (SAB) . D. (SAD) .

Câu 9. Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc được xác định bởi $v(t) = 6t - t^2$ (m/s), t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

- A. 3(m/s). B. 6(m/s). C. 9(m/s). D. 12(m/s).

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - 3] = 4$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 7$. B. $f(2) = -7$. C. $f(2) = 1$. D. $f(2) = -1$.

Câu 11. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng nửa cạnh đáy. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+9)x + 2022$ có đúng hai tiếp tuyến với hệ số góc bằng 3?

- A. 13. B. 6. C. 15. D. 17.

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x-10}{x^2+x-6}$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-3-\sqrt{x^2+x+1})$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^4 - 2x^2 - 15$; b) $y = x \cdot \cos x$; c) $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

2) Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 3. (2,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2\sqrt{2}a$.

- a) Chứng minh rằng $(SBC) \perp (SAB)$.
b) Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) .
c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Câu 4. (0,5 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Biết tiếp tuyến của đồ thị các hàm số $y = f(x^4)$ và $y = x^2 \cdot f(2x^2 - 1)$ tại điểm có hoành độ bằng -1 vuông góc với nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 4[f(1)]^2 - 4f(1) - 5$.

===== **Hết** =====

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Với mỗi câu: Trả lời đúng được 0,25 điểm, trả lời sai 0 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	D	A	B	C	D	B	C	A	D	C

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
1. (1,5 điểm)		
a)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x-10}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(x-2)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{x+3} = 1.$	0,75
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-3-\sqrt{x^2+x+1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(2 - \frac{3}{x} - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = +\infty.$	0,75
2. (2,5 điểm)		
1) Tính đạo hàm.		
a)	$y' = 4x^3 - 4x.$	0,5
b)	$y' = (x)' \cdot \cos x + x \cdot (\cos x)' = \cos x - x \cdot \sin x.$	0,5
c)	$y' = \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$	0,5
2) Viết phương trình tiếp tuyến.		
Với $x = 2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow M(2;5).$		0,25
Ta có $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}.$		0,25
Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $k = y'(2) = -3.$		0,25
Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -3(x-2) + 5 \Leftrightarrow y = -3x + 11.$		0,25
3. (2,5 điểm)		
a)	Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1). Lại có $ABCD$ là hình thang vuông tại B nên $AB \perp BC$ (2). Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB).$	1
b)	Trong mặt phẳng (SAB) dựng $AH \perp SB$ tại H , chứng minh được $AH \perp (SBC).$ Từ đó $d(A, (SBC)) = AH.$	0,5

	<p>Trong tam giác SAB ta có</p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{8a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{8a^2}{3} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$ <p>Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$</p>	0,5
	<p>c) Gọi M là trung điểm $AD \Rightarrow$ tứ giác $ABCM$ là hình vuông $\Rightarrow AC \perp BM$. Ta thấy $BC \parallel MD, BC = MD = 2a \Rightarrow$ tứ giác $BCDM$ là hình bình hành $\Rightarrow BM \parallel CD$. Từ đó $\Rightarrow CD \perp AC$ và ta có $CD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$) nên $CD \perp (SAC)$. Trong mặt phẳng (SAC) dựng $AK \perp SC$ tại K, chứng minh được $AK \perp (SCD)$ (3). Lại có $AD \perp SA, AD \perp AB \Rightarrow AD \perp (SAB)$ (4). Từ (3) và (4) $\Rightarrow ((SAB), (SCD)) = (AK, AD) = KAD$.</p>	0,25
	<p>Ta có $AC = 2\sqrt{2}a$ và $SA = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AK = 2a$. Trong tam giác vuông AKD vuông tại K ta có $\cos KAD = \frac{AK}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow KAD = 60^\circ$. Vậy $((SAB), (SCD)) = 60^\circ$.</p>	0,25
4. (0,5 điểm)		
	<p>Xét hàm số $y = f(x^4) \Rightarrow y' = 4x^3 \cdot f'(x^4) \Rightarrow$ Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 có hệ số góc là $k_1 = -4f'(1)$. Xét hàm số $y = x^2 \cdot f(2x^2 - 1) \Rightarrow y' = 2x \cdot f(2x^2 - 1) + 4x^3 \cdot f'(2x^2 - 1) \Rightarrow$ Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 có hệ số góc là $k_2 = -2f(1) - 4f'(1)$. Từ giả thiết ta có $k_1 \cdot k_2 = -1 \Leftrightarrow 4f'(1) \cdot [2f(1) + 4f'(1)] = -1$ (*). Nếu $f'(1) = 0$ thì không thỏa mãn (*) nên $f'(1) \neq 0 \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{8f'(1)} - 2f'(1)$.</p>	0,25
	<p>Ta thấy $f(1) = \left \frac{1}{8f'(1)} + 2f'(1) \right = \left \frac{1}{8f'(1)} \right + 2f'(1) \geq 2 \cdot \sqrt{\left \frac{1}{8f'(1)} \right \cdot 2f'(1) } = 1$ nên</p> $\begin{cases} f(1) \geq 1 \\ f(1) \leq -1 \end{cases}.$ <p>Đặt $f(1) = t, t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta có $T = 4t^2 - 4t - 5$. Lập bảng biến thiên cho T trên tập $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta được $\min T = -5$, đạt được khi $t = 1$, hay $f(1) = 1$ và $f'(1) = -\frac{1}{4}$. Vậy $\min T = -5$, đạt được khi hàm $f(x)$ đã cho thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f'(1) = -\frac{1}{4}$.</p>	0,25

Lưu ý: Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.