

Câu I: (2 điểm)

Cho hai biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} + \frac{11\sqrt{x-3}}{x-9}$ và $N = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức N với $x = 4$
- 2) Rút gọn biểu thức M.
- 3) Tìm giá trị của x để $\left(\frac{M}{N} - 1\right)\sqrt{2-x} > 0$

Câu II: (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khúc sông AB dài 60 km. Một đò máy xuôi dòng từ A đến B sau đó quay ngược dòng để trở về A ngay. Tính vận tốc riêng của đò máy biết vận tốc dòng nước là 2 km/h và thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 30 phút.

Câu III: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} (\sqrt{x}+1)(\sqrt{y}-2) = \sqrt{xy}-3 \\ (\sqrt{x}-3)(\sqrt{y}+2) = \sqrt{xy}-11 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - (3m-1)x + 3m-2 = 0$

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $|x_1 + 1| = x_2$.

Câu IV: (3,5 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp (O) đường kính AB ($AC < BC$). Trên dây cung CB lấy điểm H (H khác C và B). Tia AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Kẻ HE vuông góc với AB (E thuộc AB).

- 1) Chứng minh: tứ giác ACHE nội tiếp
- 2) Tia CE cắt (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh: $DF \parallel HE$
- 3) Gọi I là giao điểm của CB và DE. Chứng minh $HI \cdot CB = CH \cdot IB$
- 4) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của F trên AC, CB. Chứng minh: MN, AB, DF đồng qui.

Câu V (0,5 điểm)

Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn $a \geq b \geq c \geq d$ và $a+b+c+d = 13, a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 43$.
 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = ab + cd$.