UBND QUẬN NAM TỪ LIÊM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm **01** trang)

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
NĂM HỌC: 2018 – 2019
Môn thi: **Toán 9**
Ngày thi: ***07 tháng 12 năm 2018***
Thời gian làm bài: ***90 phút***

Bài I (2 điểm).

1. Rút gọn biểu thức:

a) $\sqrt{12}+3\sqrt{48}-5\sqrt{75}$

b) $5\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{8}{1+\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{20}-5}{2-\sqrt{5}}$

2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x^2}=6$

b) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$

Bài II (2 điểm).

Cho hai biểu thức: $A=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{2\sqrt{x}}{1-x}$ với $x\ge 0; x\ne 1$

1. Rút gọn biểu thức B
2. Cho biểu thức $P=B:A$. Tìm giá trị của x để $P<0$
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{P}$ với $x>1$

Bài III (2 điểm).

Cho hàm số $y=-2x+3$ có đồ thị là đường thẳng (d_1) và hàm số $y=0,5x-2$ có đồ thị là đường thẳng (d_2).

1. Vẽ đường thẳng (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

2. Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) bằng phép toán.

3. Gọi A,B theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng (d_1) và (d_2) với trục Oy. Tính diện tích tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là cm).

Bài IV (3,5 điểm). Cho điểm M thuộc nửa đường tròn $(O;R)$, đường kính AB (M khác A và B). Gọi E và F lần lượt là trung điểm của MA và MB.

1) Chứng minh rằng: tứ giác $MEOF$ là hình chữ nhật.

2) Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn $(O;R)$ cắt các đường thẳng OE và OF lần lượt tại C và D. Chứng minh: CA tiếp xúc với nửa đường tròn $(O;R)$. Tính độ dài đoạn thẳng CA khi $R=3$ cm và $\widehat{MAO}=30^o$

3) Chứng minh: $AC.BD = R^2$ và $S_{ACDB} \geq 2R^2$

4) Gọi I là giao điểm của BC và EF, MI cắt AB tại K. Chứng minh rằng: EF là đường trung trực của MK.

Bài V (0,5 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $M = \sqrt{3}xy + y^2$

……..Hết……..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 (2 điểm)

1. Rút gọn biểu thức

$a) \sqrt{12} + 3\sqrt{48} - 5\sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 25\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$

$$b)\ 5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{8}{1+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{20}-5}{2-\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} - \frac{8\left(1-\sqrt{5}\right)}{\left(1-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}\right)} + \frac{2\sqrt{5}-5}{2-\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{5} - \frac{8\left(1-\sqrt{5}\right)}{-4} + \frac{\sqrt{5}\left(2-\sqrt{5}\right)}{2-\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 2\left(1-\sqrt{5}\right) + \sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5} + 2 - 2\sqrt{5} = 2$$

2. Giải phương trình:

$$a)\ \sqrt{9x^2} = 6 \Leftrightarrow 3|x| = 6 \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Vậy $x \in \{-2; 2\}$

$b)\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$ ĐK: $x \geq 5$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \sqrt{x-5} = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x - 5 = 4 \Leftrightarrow x = 9\left(TM\right)$$

Vậy $x = 9$.

Bài II (2 điểm).

a) Rút gọn: ĐK: $x \geq 0; x \neq 1$

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{2\sqrt{x}}{1-x}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{2\sqrt{x}}{x-1}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

b) $P=A:B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x+3}$. ĐK: $x\ge 0; x\ne 1$

$P<0\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{x+3}<0$

Mà $x+3\ge 3>0\ \ \forall x$ tm ĐKXĐ

$\Rightarrow \sqrt{x}-1<0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}<1$

$\Leftrightarrow 0\le x<1$

Kết hợp ĐKXĐ: $x\ge 0; x\ne 1$

$\Rightarrow 0\le x<1$

Vậy $P<0$ khi $0\le x<1$

c) $\dfrac{1}{P}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{x-1+1+3}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+1+\dfrac{4}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}-1+\dfrac{4}{\sqrt{x}-1}+2$

Có: $x>1\Leftrightarrow \sqrt{x}-1>0\Leftrightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}-1}>0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô Si với hai số $\sqrt{x}-1>0;\ \dfrac{4}{\sqrt{x}-1}>0$ có:

$$\sqrt{x}-1+\frac{4}{\sqrt{x}-1}\geq 2.\sqrt{\left(\sqrt{x}-1\right).\frac{4}{\sqrt{x}-1}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1+\frac{4}{\sqrt{x}-1}+2\geq 4+2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{P}\geq 6$$

Dấu $''=''$ xảy ra

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1=\frac{4}{\sqrt{x}-1}\Rightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)^2=4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1=2\ \left(do\ \sqrt{x}-1>0\right)\Leftrightarrow \sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=9\left(TM\right)$$

Vậy GTNN của $\frac{1}{P}$ là 6 khi $x=9$

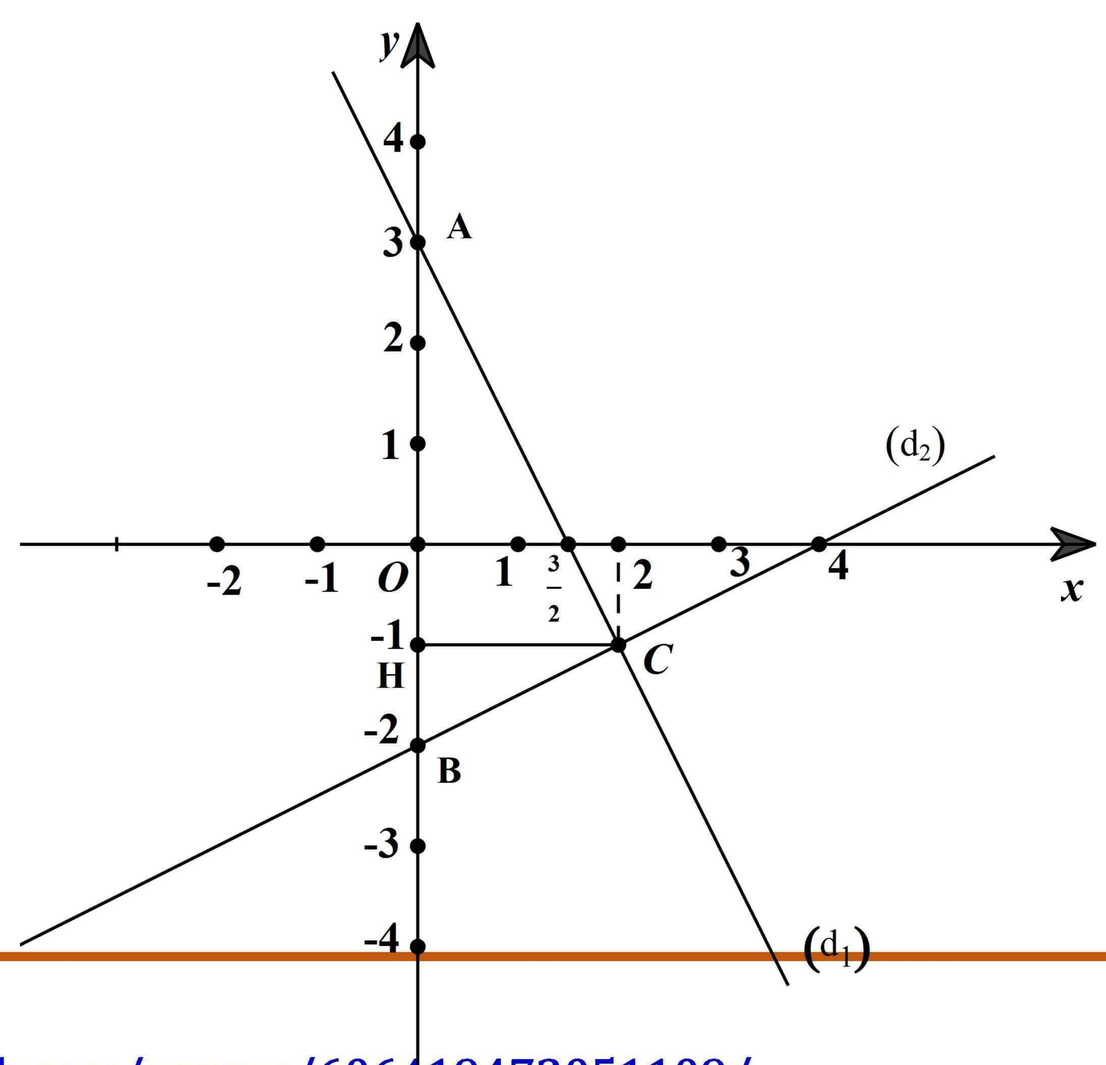
Bài III ***(2 điểm).***

1. $\left(d_1\right): y=-2x+3$ cho $x=0\Rightarrow y=3\Rightarrow\left(d_1\right)$ đi qua $\left(0;3\right)$

$y=0\Rightarrow x=\frac{3}{2}\Rightarrow\left(d_1\right)$ đi qua $\left(\frac{3}{2};0\right)$

$\left(d_2\right): y=\frac{1}{2}x-2$ cho $x=0\Rightarrow y=-2\Rightarrow\left(d_2\right)$ đi qua $\left(0;-2\right)$

$y=0\Rightarrow x=4\Rightarrow\left(d_2\right)$ đi qua $\left(4;0\right)$



2) Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là:

$-2x+3=0,5x-2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=-1$

Vậy tọa độ điểm $C(2;-1)$

3) Tọa độ điểm $A(0;3)$; $B(0;-2)$

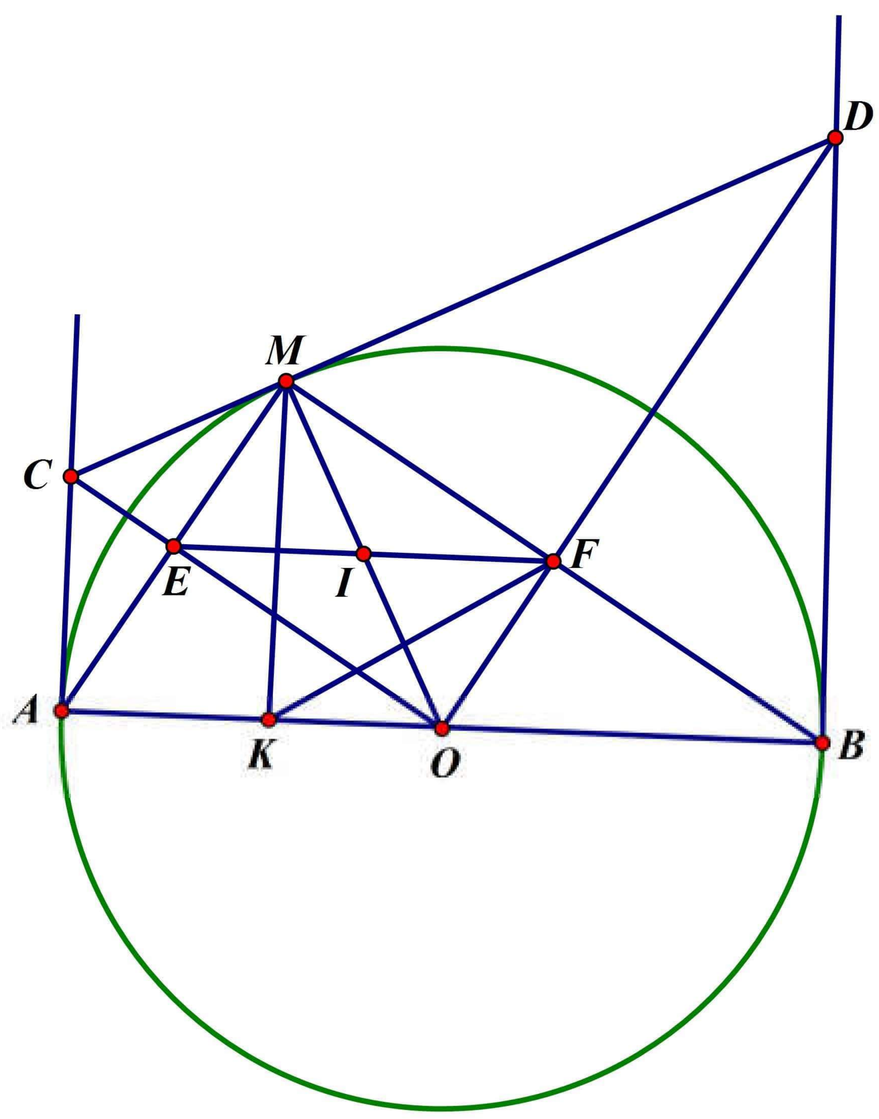
$\Rightarrow OA=3cm; OB=2cm; AB=OA+OB=5cm$

Kẻ $CH \perp AB$. Vì $C(2;-1) \Rightarrow CH=2cm$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.CH$

Diện tích tam giác ABC là: $\frac{1}{2}\times 5\times 2=5\left(cm^2\right)$

Bài IV (3,5 điểm).



a)

Do ΔMAB nội tiếp đường tròn (O) có cạnh AB là đường kính

$\Rightarrow \Delta MAB$ vuông tại M $\Rightarrow \widehat{AMB}=90^o$ hay $\widehat{EMF}=90^o$

+) Xét nửa đường tròn (O) có: E là trung điểm của MA (gt)

$\Rightarrow OE \perp MA$ (quan hệ vuông góc đường kính và dây)

$\Rightarrow \widehat{MEO}=90^o$

+) Xét nửa đường tròn (O) có: F là trung điểm của MB (gt)

$\Rightarrow OF \perp MB$ (quan hệ vuông góc đường kính và dây)

$\Rightarrow \widehat{MFO} = 90^o$

+) Xét tứ giác MEOF có: $\widehat{EMF} = \widehat{MEO} = \widehat{MFO} = 90^o$ (cmt)

→ Tứ giác MEOF là hình chữ nhật (dhnb)

b) Xét $\Delta ACO: OA = OM \Rightarrow \Delta OMA$ là tam giác cân tại O

OC là đường trung tuyến

$\Rightarrow$ OC là đường trung trực của MA $\Rightarrow CA = CM$

+) Xét $\Delta ACO \& \Delta MCO$:

$OM = OA$

$CM = CA.$

OC: là cạnh chung

$\Rightarrow \Delta ACO = \Delta MCO (c.c.c)$

Suy ra được $\widehat{CAO} = \widehat{CMO} = 90^o \Rightarrow CA \perp AB$

Mà A$\in$ nửa (O;R)

Nên CA là tiếp tuyến của nửa (O:R) hay CA tiếp xúc với đường tròn (O;R)

+) Xét ΔAEO vuông tại E có $\widehat{EAO} = 30^o \Rightarrow \widehat{EOA} = 60^o$

+) $tan\widehat{AOC} = \dfrac{CA}{AO} \Rightarrow CA = AO.tan\widehat{AOC} = 3\sqrt{3}\ (cm)$

+) Vì F là trung điểm của MB (gt), $OF \perp MB$ (cmt)

$\Rightarrow OD$ là đường trung trực của $MB \Rightarrow BD = MD (t/c)$

+) Chứng minh: $\widehat{EOF} = 90^o$ hay $\widehat{COD} = 90^o$

+) Xét ΔCOD vuông tại O (cmt), đường cao OM có:

$\Rightarrow OM^2 = CM.MD$ (HTL trong tam giác vuông)

$\Rightarrow CM.MD = R^2$,

Mà $CM = CA; MD = BD$ (cmt) nên $CA.BD = R^2$

+) Chứng minh: $\Delta BDO = \Delta MDO\ (c.c.c) \Rightarrow \widehat{DBO} = \widehat{DMO}$

Mà $\widehat{DMO} = 90^o \Rightarrow \widehat{DBO} = 90^o \Rightarrow DB \perp AB$

+) Ta có: $CA \perp AB,\ DB \perp AB\ (cmt) \Rightarrow AC // BD$

→ Tứ giác $ACDB$ là hình thang $\Rightarrow S_{ACDB} = \dfrac{1}{2}(AC + BD).AB$

Áp dụng bđt Cô si, ta được:

$AC + BD \geq 2\sqrt{AC.BD} = 2\sqrt{R^2} = 2R$

$\Rightarrow S_{ACDB} = \dfrac{1}{2}(AC + BD).AB \geq \dfrac{1}{2}.2\mathrm{R}.2\mathrm{R} = 2\mathrm{R}^2$

Vậy $S_{ACDB} \geq 2\mathrm{R}^2$

d)

ΔCEI và ΔBFI có CE//BF $\Rightarrow \dfrac{CI}{IB} = \dfrac{CE}{BF}$ (hệ quả ĐL Ta lét) (1)

ΔCOD có ME//OD $\Rightarrow \dfrac{CE}{EO} = \dfrac{CM}{MD}$ (ĐL Ta lét) (2)

Mà EO = MF = BF $\Rightarrow \dfrac{CE}{BF} = \dfrac{CE}{EO}$ (3)

Từ (1) và (2), (3) $\Rightarrow \dfrac{CI}{IB} = \dfrac{CM}{MD}$

$\Rightarrow MI // BD$ (ĐL Ta lét đảo) hay MK // BD

$\Rightarrow MK \perp AB$ $(do\, BD \perp AB)$

Xét ΔMKA vuông tại K: có KE là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền MA

$\Rightarrow KE = ME = \dfrac{MA}{2}$

Chứng minh tương tự : $KF = MF$

$\Rightarrow EF$ là đường trung trực của MK

Bài V (0,5 điểm).

Cách 1:

$$2M = 2\sqrt{3}xy + 2y^2$$

$$2M = x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - x^2 - y^2$$

$$2M = \left(x + \sqrt{3}y\right)^2 - 1 \geq -1$$

$$M \geq \frac{-1}{2}$$

Vậy GTNN $M = -\dfrac{1}{2}$ dấu bằng xẩy ra khi $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

$2M = 2\sqrt{3}xy + 2y^2$

$2M = -3x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 + 3x^2 + 3y^2$

$2M = -\left(\sqrt{3}.x - y\right)^2 + 3 \le 3$

$M \le \frac{3}{2}$

Vậy GTLN $M = \frac{3}{2}$ dấu bằng xẩy ra khi $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Cách 2.

Ta có $\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 \ge \sqrt{3}\left|xy\right| \ge \sqrt{3}xy$

$\Rightarrow M \le \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + y^2 \Leftrightarrow M \le \frac{3}{2}(x^2 + y^2) \Leftrightarrow M \le \frac{3}{2}$

Vậy GTLN $M = \frac{3}{2}$ dấu bằng xẩy ra khi $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Ta có $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2 \ge \sqrt{3}\left|xy\right| \Leftrightarrow -(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2) \le -\sqrt{3}\left|xy\right| \le \sqrt{3}xy$

$\Rightarrow M \ge y^2 - (\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2) \Leftrightarrow \mathrm{M} \ge -\frac{1}{2}(x^2 + y^2) \Leftrightarrow M \ge -\frac{1}{2}$

Vậy GTNN $M=-\frac{1}{2}$ dấu bằng xẩy ra khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{3}}{2}\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ y=-\frac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right.$

Cách 3.

$$M=\frac{y^2+\sqrt{3}xy}{x^2+y^2}$$

TH1: $x=0\Rightarrow M=1$

TH2: $x\neq 0$. Đặt: $t=\frac{y}{x}\Rightarrow M=\frac{\left(\frac{y}{x}\right)^2+\sqrt{3}.\frac{y}{x}}{\left(\frac{y}{x}\right)^2+1}$

$$M=\frac{t^2+\sqrt{3}t}{1+t^2}$$

Xét $M-\frac{3}{2}=\frac{t^2+\sqrt{3}t}{t^2+1}-\frac{3}{2}=\frac{-t^2+2\sqrt{3}t-3}{t^2+1}=\frac{-\left(t-\sqrt{3}\right)^2}{t^2+1}\leq 0\Rightarrow M\leq\frac{3}{2}$

Xét $M+\frac{1}{2}=\frac{t^2+\sqrt{3}t}{t^2+1}+\frac{1}{2}=\frac{3t^2+2\sqrt{3}t+1}{t^2+1}=\frac{\left(t\sqrt{3}+1\right)^2}{t^2+1}\geq 0\ \Rightarrow M\geq-\frac{1}{2}$

Cách 4.

Ta có $\left(x+\sqrt{3}y\right)^2\geq 0\Leftrightarrow x^2+3y^2\geq-2\sqrt{3}xy\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}+\frac{3y^2}{2}\geq-\sqrt{3}xy\Leftrightarrow-\frac{x^2}{2}-\frac{3y^2}{2}\leq\sqrt{3}xy$

$\Leftrightarrow-\frac{x^2}{2}-\frac{3y^2}{2}+y^2\leq\sqrt{3}xy+y^2\Leftrightarrow-\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)\leq M\Leftrightarrow M\geq-\frac{1}{2}$

$$Min_A = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\sqrt{3}y\right)^2 = 0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Có $\left(\sqrt{3}x-y\right)^2 \ge 0 \Leftrightarrow 3x^2+y^2 \ge 2\sqrt{3}xy \Leftrightarrow \frac{3x^2}{2}+\frac{y^2}{2} \ge \sqrt{3}xy \Leftrightarrow \frac{3x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+y^2 \ge \sqrt{3}xy+y^2$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x^2+y^2\right) \ge M \Leftrightarrow M \le \frac{3}{2}$

$$Max_A = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{3}x-y\right)^2 = 0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$