

**Câu 1** (2,0 điểm) Cho hai biểu thức:

$$P = \frac{a-9}{\sqrt{a}-3} \text{ và } Q = \frac{3}{\sqrt{a}-3} + \frac{2}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-5\sqrt{a}-3}{a-9} \text{ với } a \geq 0, a \neq 9$$

- 1) Khi  $a = 81$ , tính giá trị biểu thức  $P$ ;
- 2) Rút gọn biểu thức  $Q$ ;
- 3) Với  $a > 9$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = P.Q$

**Câu 2** (2,5 điểm)

1) Tháng giêng hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy, tháng hai do cải tiến kỹ thuật tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng giêng, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

2) Một hộp sữa hình trụ có đường kính đáy là 12 cm, chiều cao là 10 cm. Người ta dùng giấy làm tem mác dán xung quanh vỏ hộp sữa. Tính diện tích giấy làm tem mác cần dùng để làm 1 lốc sữa (6 hộp) như vậy. (Không tính phần mép nối, lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Câu 3** (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+2} + |y-1| = 11 \\ \sqrt{x+2} + 2|y-1| = 10 \end{cases}$$

2) Cho hàm số  $y = (m-4)x + m + 4$  ( $m$  là tham số)

a) Tìm  $m$  để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$  thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol  $(P): y = x^2$  tại hai điểm phân biệt. Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các giao điểm, tìm  $m$  sao cho  $x_1(x_1-1) + x_2(x_2-1) = 18$

**Câu 4** (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại H (H nằm giữa A và O, H khác A và O). Lấy điểm G thuộc CH (G khác C và H), tia AG cắt đường tròn tại E khác A.

a) Chứng minh tứ giác BEGH là tứ giác nội tiếp

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD. Chứng minh:  $KC.KD = KE.KB$

c) Đoạn thẳng AK cắt đường tròn tại F khác A. Chứng minh G là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle HEF$ .

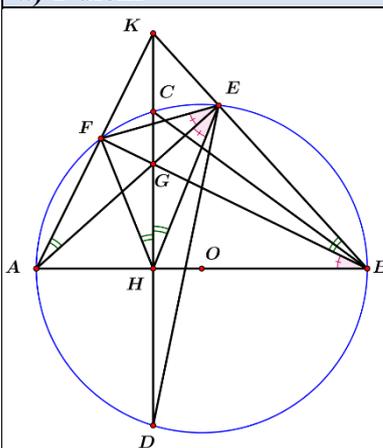
**Câu 5** (0,5 điểm) Giải phương trình  $\sqrt{1-3x} - \sqrt[3]{3x-1} = |6x-2|$

----- HẾT -----

## GỢI Ý CHẤM KHẢO SÁT MÔN TOÁN LỚP 9

Năm học 2020 – 2021

Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1</b> (2,0 điểm)	<b>1) 0,5 điểm</b>	
	Thay $a = 81$ (tmdk) vào $P$ ta được: $P = \frac{81-9}{\sqrt{81}-3}$	0,25
	$= \frac{72}{9-3} = 12$ . Vậy $P = 12$ khi $a = 81$	0,25
	<b>2) 1,0 điểm</b>	
	$Q = \frac{3(\sqrt{a}+3) + 2(\sqrt{a}-3) + a - 5\sqrt{a} - 3}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$	0,50
	$= \frac{a}{a-9}$	0,50
	<b>3) 0,5 điểm</b>	
$A = \frac{a-9}{\sqrt{a}-3} \cdot \frac{a}{a-9} = \frac{a}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a} + 3 + \frac{9}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a} - 3 + \frac{9}{\sqrt{a}-3} + 6$	0,25	
Vì $a > 9 \Rightarrow \sqrt{a} - 3 > 0$ , áp dụng BĐT AM-GM cho 2 số dương $\sqrt{a} - 3$ và $\frac{9}{\sqrt{a}-3}$ có:		
$A \geq 2\sqrt{(\sqrt{a}-3) \cdot \frac{9}{\sqrt{a}-3}} + 6 = 12$ . Vậy $A_{\min} = 12$ khi $x = 36$	0,25	
<b>Câu 2</b> (2,5 điểm)	<b>1) 2,0 điểm</b>	
	Gọi số chi tiết máy tổ I, tổ II sản xuất trong tháng giêng lần lượt là $x, y$ ( $x \in \mathbb{N}$ , chi tiết)	0,25
	Vì tháng giêng hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy nên ta có phương trình: $x + y = 900$ (1)	0,25
	Số chi tiết máy tổ I sản xuất trong tháng hai là $x + 15\%x = \frac{23}{20}x$ (chi tiết)	0,25
	Số chi tiết máy tổ II sản xuất trong tháng hai là $y + 15\%y = \frac{11}{10}y$ (chi tiết)	0,25
	Vì tháng hai cả hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy nên ta có phương trình: $\frac{23}{20}x + \frac{11}{10}y = 1010$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 900 \\ \frac{23}{20}x + \frac{11}{10}y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases} (tm)$	0,50
	Vậy số chi tiết máy sản xuất trong tháng giêng của tổ I là 400 (chi tiết), tổ II 500 (chi tiết)	0,25
	<b>2) 0,5 điểm</b>	
	Diện tích giấy làm tem mác cho 1 hộp sữa là $S_{xq} = 2\pi \cdot \frac{12}{2} \cdot 10 = 120\pi (cm^2)$	0,25
Diện tích giấy để làm tem mác cho 1 lốc sữa là: $6 \cdot 120\pi = 720\pi \approx 2260,8 (cm^2)$	0,25	
<b>Câu 3</b> (2,0 điểm)	<b>1) 1,0 điểm</b>	
	Điều kiện: $x \geq -2$ . Đặt $a = \sqrt{x+2}; b =  y-1 $ ( $a, b \geq 0$ ).	0,25
	Ta có: $\begin{cases} 2a + b = 11 \\ a + 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} (tm)$	0,25
$\Rightarrow x = 14(tm);  y-1  = 3 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25	

	Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(14;4)$ và $(14;-2)$	0,25	
	<b>2) a. 0,25 điểm</b>		
	Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m-4 > 0 \Leftrightarrow m > 4$	0,25	
	b. 0,75 điểm		
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(d): y = (m-4)x + m + 4$ và $(P): x^2 = (m-4)x + m + 4 \Leftrightarrow x^2 - (m-4)x - m - 4 = 0 (*)$	0,25	
	Có: $\Delta = (m-4)^2 + 4m + 16 = (m-2)^2 + 28 > 0, \forall m$ Vậy $(d)$ luôn cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt với mọi $m$	0,25	
	Theo Vi ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-4 \\ x_1 x_2 = -m-4 \end{cases}$ . Ta có: $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = 18$ $\Rightarrow (m-4)^2 + 2m + 8 - m + 4 = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = 2 \end{cases}$	0,25	
	<b>a) 1 điểm</b>		
		Vẽ hình đúng đến ý a)	0,25
		Ta có $BHG = 90^\circ (CD \perp AB)$	0,25
		$BEA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa ĐT(O))	0,25
		$\Rightarrow BHG + BEG = 180^\circ$ . Mà $BHG, BEG$ đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $BEGH$ nội tiếp	0,25
<b>Bài 4 (3,0 điểm)</b>	<b>b) 1,0 điểm</b>		
	Xét $\Delta KCB$ và $\Delta KED$ , có: $K$ chung	0,25	
	$KBC = KDE$ (cùng chắn $CE$ )	0,25	
	Suy ra $\Delta KCB \sim \Delta KED (g.g)$	0,25	
	$\Rightarrow \frac{KC}{KB} = \frac{KE}{KD} \Rightarrow KC \cdot KD = KE \cdot KB$ (đpcm)	0,25	
	<b>c) 1,0 điểm</b>		
	Ta có: $FEA = FBA$ (cùng chắn $FA$ ); $FBA = GEH$ (cùng chắn $GH$ ) $\Rightarrow FEG = HEG$ $\Rightarrow GE$ là tia phân giác của $FEH$ (1)	0,25	
	Ta có: $AHG + AFB = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $AHGF$ nội tiếp	0,25	
	$\Rightarrow FHG = FAG$ (cùng chắn $FG$ ); $FAG = FBE$ (cùng chắn $EF$ ); $FBE = GHE$ (cùng chắn $GE$ ). Suy ra $FHG = GHE \Rightarrow GH$ là phân giác $FHE$ (2)	0,25	
	Từ (1) và (2) suy ra $G$ là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta HEF$	0,25	
<b>Bài 5 (0,5 điểm)</b>	Điều kiện $x \leq \frac{1}{3}$ . Khi đó $ 6x-2  = 2(1-3x)$ . Đặt $\sqrt[3]{1-3x} = t (t \geq 0)$		
	Phương trình đã cho trở thành: $\sqrt{t^3} + t = 2t^3 \Leftrightarrow t(\sqrt{t}-1) \left[ (t+1)(\sqrt{t}+1) + \sqrt{t}(t+\sqrt{t}+1) \right] = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 1$ (do $t \geq 0$ ). Suy ra $x = 0; x = \frac{1}{3}$	0,25	