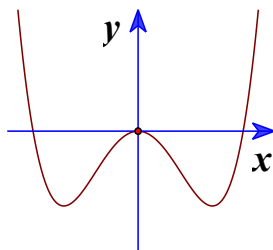


Họ, tên thí sinh: SBD:

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 2: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy $\frac{r}{2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}\pi rl$. B. $\frac{1}{2}\pi rl$. C. $2\pi rl$. D. πrl .

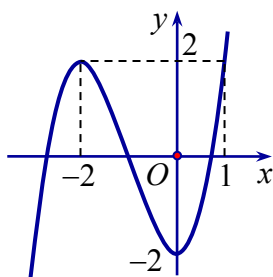
Câu 3: Tìm phần ảo của số phức $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$

- A. 13. B. $13i$. C. 0. D. $-9i$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 8) = 2$ là

- A. 12. B. -4. C. $-\frac{4}{3}$. D. 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 2020 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 6: Môđun của số phức $2 + 3i$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. $\sqrt{5}$. D. 5.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là:

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; -3)$. C. $(2; -3)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 8: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3x+2}$ là:

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 9: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50cm và chiều cao bằng 50cm . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- A. $7500\pi(cm^2)$. B. $10000\pi(cm^2)$. C. $5000\pi(cm^2)$ D. $2500\pi(cm^2)$.

Câu 10: Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích khối lập phương đã cho bằng.

- A. $\frac{64}{3}$. B. 16. C. 96. D. 64.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;2)$. C. $(0;4)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(a^3)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}\log_2 a$. B. $3+\log_4 a$. C. $\frac{3}{2}\log_2 a$. D. $3\log_2 a$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_4 = 18$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 16. B. ± 3 . C. $\frac{1}{9}$. D. 9.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $-\sin x + C$. D. $2\cos x + C$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ là:

- A. $(-\infty;-5)$. B. $(-\infty;5)$. C. $(-5;+\infty)$. D. $(5;+\infty)$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $(1;+\infty)$. B. $(0;+\infty)$. C. $[1;+\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 17: Biết $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 1$ thì $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)]dx$ bằng

- A. -1 B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 18: Thể tích của một khối cầu có bán kính R bằng

- A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. B. $\frac{4}{3}\pi R^3$. C. $4\pi R^3$. D. $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 19: Từ một bó hoa hồng gồm 3 bông hồng trắng, 5 bông hồng đỏ và 6 bông hồng vàng, có bao nhiêu cách chọn ra một bông hồng?

- A. 8. B. 11. C. 14. D. 90.

Câu 20: Thể tích khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

- A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 22: Giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ trên $[-1; 2]$.

- A. $M = 6$. B. $M = 5$. C. $M = 9$. D. $M = 14$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?

- A. $M(1; 3; 0)$. B. $P(2; -1; 0)$. C. $N(1; 3; 3)$. D. $Q(2; -1; 3)$.

Câu 24: Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $I = \int_1^3 \frac{1}{2} u^2 (u^2 - 1) du$. B. $I = \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du$.
C. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2; 3; -1), B(1; 2; 4)$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là:

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	1	4	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

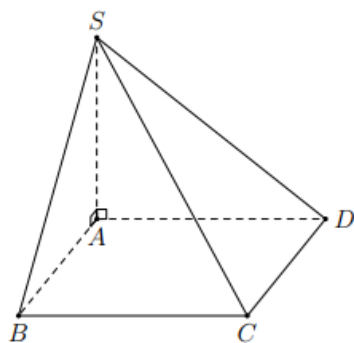
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 27: Cho tam giác ABC vuông tại B có $AB = a$ và $A = 30^\circ$. Quay tam giác này xung quanh cạnh AB . Diện tích toàn phần của hình nón được tạo thành là:

- A. $\sqrt{3}\pi a^2$ B. $3\pi a^2$ C. πa^2 D. $\frac{5}{3}\pi a^2$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh $BD = \sqrt{6}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 29: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2$ với trục hoành là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 30: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \leq 0$ là

A. $S = \left[\frac{1}{2}; 64 \right]$.

B. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right]$.

C. $S = [64; +\infty)$.

D. $S = \left(0; \frac{1}{2} \right] \cup [64; +\infty)$.

Câu 31: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} a = \log_4 (a.b^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a^4 = b^2$.

B. $a^3 = b^2$.

C. $a^2 = b^3$.

D. $a^{-3} = b^8$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

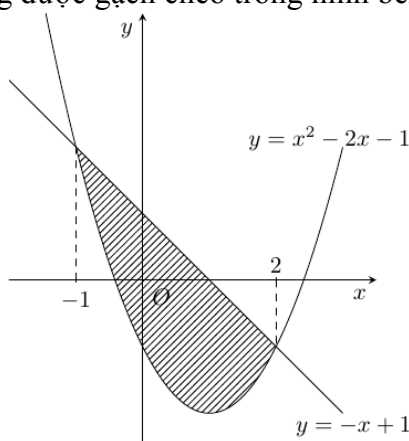
A. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.

B. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$.

D. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới bằng



A. $S = \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2) dx$

B. $S = \int_{-1}^2 (x^2 - x + 2) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 (-x^2 - 3x + 2) dx$.

D. $S = \int_{-1}^2 (x^2 - 3x - 2) dx$.

Câu 34: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(-1; 2; -3)$

B. $(0; 2; -3)$

C. $(1; 0; 0)$

D. $(1; -2; 3)$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + z + 3 = 0$.

B. $x + 2y + 3z = 0$.

C. $x - 2y + z = 0$.

D. $x - 2y + z - 8 = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$.

B. $(-2;1;3)$.

C. $(2;1;3)$.

D. $(-2;-1;3)$.

Câu 38: Cho số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$?

A. $\overline{w} = 1 - 4i$.

B. $\overline{w} = 3 - 2i$.

C. $\overline{w} = -1 + 4i$.

D. $\overline{w} = 3 + 2i$.

Câu 39: COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona (nCoV) bắt nguồn từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến 7/4/2020 đã có 1 360 039 người nhiễm bệnh). Giả sử ban đầu có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây 4 người). Hỏi sau 7 ngày sẽ có tổng cộng bao nhiêu người nhiễm bệnh? (Biết rằng những người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh và không phòng tránh cách li, do trong thời gian ủ bệnh vẫn lây bệnh sang người khác).

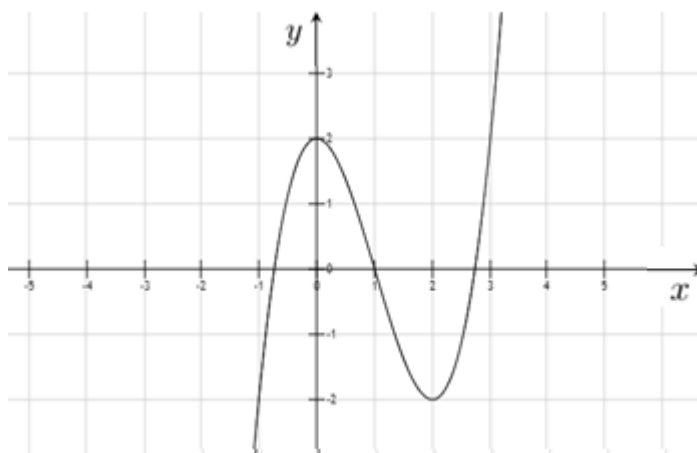
A. 77760 người.

B. 16384 người.

C. 62500 người.

D. 78125 người.

Câu 40: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



A. $S = -2$.

B. $S = 0$.

C. $S = 1$.

D. $S = -1$.

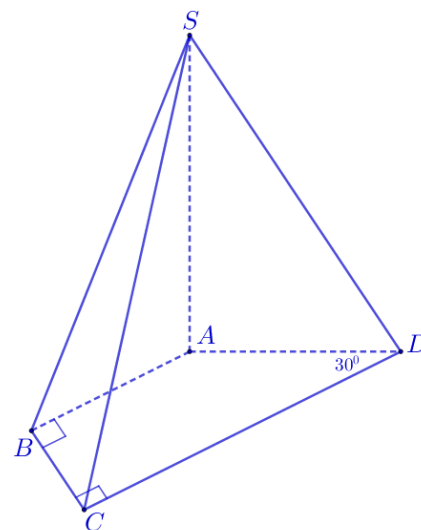
Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C , $CD = 2AB$, $AD = a$, $\widehat{ADC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (minh họa như hình bên dưới). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

B. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

C. $\frac{4\sqrt{57}a}{19}$.

D. $\sqrt{3}a$.



Câu 42: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều sao cho góc hợp bởi mặt phẳng thiết diện và mặt đáy của hình nón có số đo bằng 60° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. 104π . B. $\frac{4\sqrt{39}\pi}{3}$. C. $104\sqrt{3}\pi$. D. $\frac{56\sqrt{3}\pi}{9}$.

Câu 43: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và tạo với đáy góc 30° và cắt SC, SD lần lượt tại M và N . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABMN$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{48}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

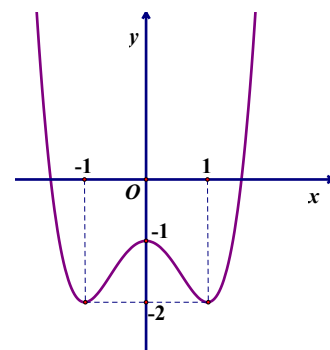
Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ biết $f(\pi) = 0$ và $f'(x) = 2\sin x - 3\sin^3 x, \forall x \in \mathbb{R}$, biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x + 1} dx = a - \frac{b\pi}{c}$.
Tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $3f(\cos x) + 5 = 0$ là

- A. 4. B. 7.
C. 6. D. 8.



Câu 46: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 2$. Giá trị biểu thức $a + 2b$ bằng?

- A. 6. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 22.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{34}{\sqrt{(x^3 - 3x + 2m)^2 + 1}}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 2. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. 8. B. -8. C. -6. D. -1.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x + y > 0; -20 \leq x \leq 20$ và $\log_2(x + 2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$?

- A. 19. B. 6 C. 10. D. 41.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-2020; 2020]$ để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

- A. 2004. B. 2017. C. 2020. D. 2009.

Câu 50: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{22}{25}$. D. $\frac{2}{25}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.D	5.D	6.A	7.C	8.B	9.C	10.D
11.A	12.C	13.B	14.A	15.A	16.A	17.C	18.B	19.C	20.B
21.D	22.D	23.A	24.B	25.D	26.C	27.C	28.A	29.A	30.A
31.B	32.B	33.A	34.D	35.B	36.C	37.C	38.D	39.D	40.A
41.C	42.D	43.D	44.A	45.B	46.B	47.B	48.C	49.D	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU VD, VDC

Câu 39: COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona (nCoV) bắt nguồn từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến 7/4/2020 đã có 1 360 039 người nhiễm bệnh). Giả sử ban đầu có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây 4 người). Hỏi sau 7 ngày sẽ có tổng cộng bao nhiêu người nhiễm bệnh? (Biết rằng những người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh và không phòng tránh cách li, do trong thời gian ủ bệnh vẫn lây bệnh sang người khác).

- A. 77760 người. B. 16384 người. C. 62500 người. D. 78125 người.

Lời giải

Chọn D

Sau 1 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $1 + 4 = 5$ người.

Sau 2 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1 + 4) + (1 + 4) \cdot 4 = (1 + 4)^2$ người.

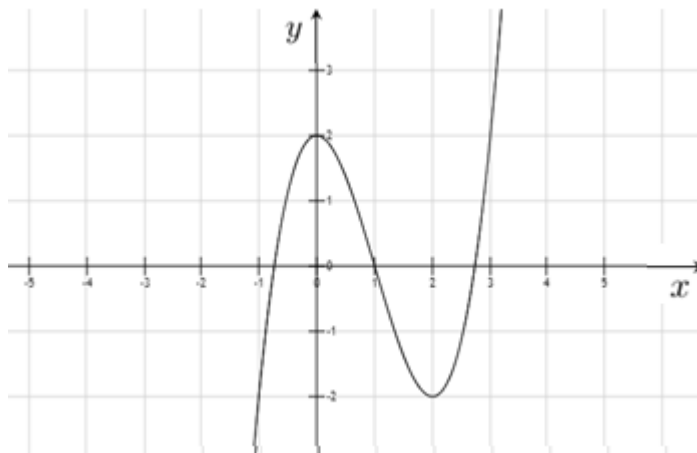
Sau 3 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1 + 4)^2 + (1 + 4)^2 \cdot 4 = (1 + 4)^3$ người.

$\Rightarrow$ Sau 7 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1 + 4)^7 = 78125$ người.

Ngoài ra chúng ta có thể áp dụng công thức lãi kép để tính nhanh:

$$S_n = A(1+r)^n = 1 \cdot (1+4)^7 = 78125, \text{ với } A=1, r=4, n=7.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



- A. $S = -2$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = -1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $y = 2$ nên $d = 2$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$ nên

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \end{cases} \quad (1)$$

Từ đồ thị ta nhận thấy $y(2) = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b + d = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b = -4 \Leftrightarrow 2a + b = -1$ (2)

Thay (1) vào (2) ta tìm được $a = 1, b = -3$.

Vậy $S = -2$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C , $CD = 2AB$, $AD = a$,

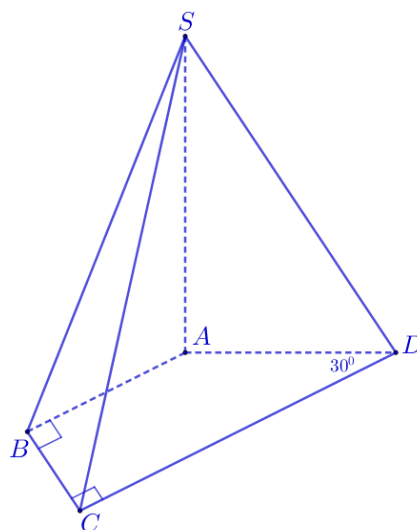
$\widehat{ADC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (minh họa như hình bên dưới). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

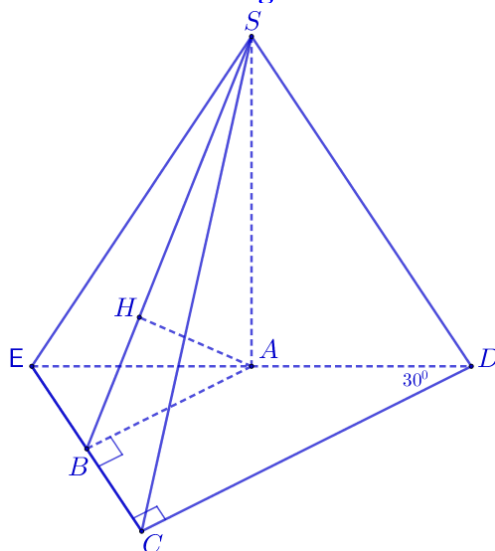
B. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

C. $\frac{4\sqrt{57}a}{19}$.

D. $\sqrt{3}a$.



Lời giải



Chọn C

+) Gọi E là giao điểm của AD và $BC \Rightarrow DA$ cắt mặt phẳng (SBC) tại E .

$$\Rightarrow \frac{d(D, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{DE}{AE} \quad (1).$$

+) Theo giả thiết $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = \frac{1}{2}CD \end{cases} \Rightarrow AB$ là đường trung bình của tam giác ECD (2).

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{d(D, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{DE}{AE} = 2 \Rightarrow d(D, (SBC)) = 2d(A, (SBC)).$$

+) Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$, do đó nếu gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB thì $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

+) Tam giác ECD vuông tại C , có:

• CA là đường trung tuyến $\Rightarrow CA = AE = AD = a \Rightarrow$ tam giác AEC là tam giác cân tại A .

• $\widehat{EDC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CEA} = 60^\circ$;

$\Rightarrow$ tam giác EAC là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow$ đường cao $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+) Tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{19}}{2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

$$\text{Vậy } d(D, (SBC)) = 2d(A, (SBC)) = 2AH = \frac{4\sqrt{57}a}{19}.$$

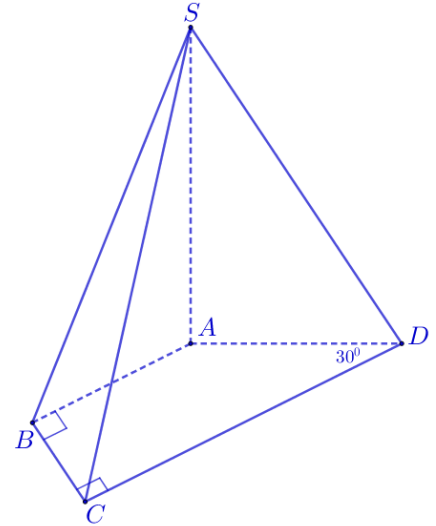
Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C , $CD = 2AB$, $AD = a$, $\widehat{ADC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (minh họa như hình bên dưới). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

B. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

C. $\frac{4\sqrt{57}a}{19}$.

D. $\sqrt{3}a$.



Câu 42: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều sao cho góc hợp bởi mặt phẳng thiết diện và mặt đáy của hình nón có số đo bằng 60° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. 104π .

B. $\frac{4\sqrt{39}\pi}{3}$.

C. $104\sqrt{3}\pi$.

D. $\frac{56\sqrt{3}\pi}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB .

Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB$ và $OH \perp AB$. Do đó góc hợp bởi bởi mặt phẳng thiết diện và mặt đáy của hình nón là góc $\widehat{SHO} = 60^\circ$

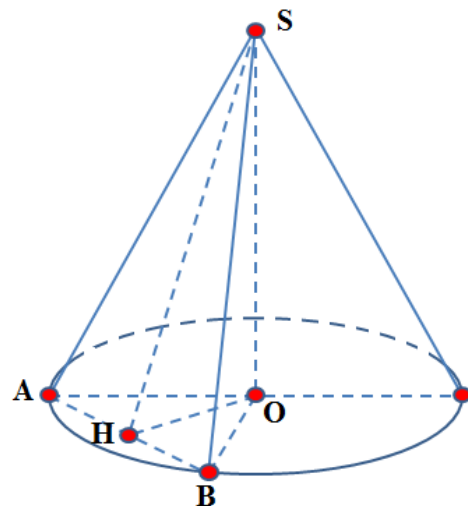
Theo đề bài ta có: $h = SO = 2\sqrt{3}$.

Xét tam giác SHO vuông tại O có $\sin \widehat{SHO} = \frac{SO}{SH} \Leftrightarrow SH = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = 4$.

mà $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$ (do tam giác SAB là tam giác đều)

$$\Rightarrow AB = \frac{2SH}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = \frac{2SH}{\sqrt{3}} = 8$$

$$\Rightarrow SA = SB = AB = \frac{8}{\sqrt{3}}.$$



$$\Delta SOA \text{ vuông tại } O \text{ ta có: } SA^2 = OA^2 + SO^2 \Rightarrow OA^2 = SA^2 - SO^2 = \frac{28}{3} \Rightarrow r^2 = OA^2 = \frac{28}{3}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \frac{28}{3} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{56\pi\sqrt{3}}{9} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 43: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Mặt bên tạo với đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và tạo với đáy góc 30° và cắt SC, SD lần lượt tại M và N . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABMN$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{48}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ (vì $S.ABCD$ là hình chóp đều)

Gọi I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên DC, AB và gọi

$$SO \cap (P) = \{E\} \Rightarrow ((SDC), (ABCD)) = SOI = 60^\circ \text{ và } ((P), (ABCD)) = EJO = 30^\circ.$$

Khi đó tam giác SIJ đều. Mà $EJO = 30^\circ = \frac{1}{2} SJI \Rightarrow JE$ là

phân giác của góc $SJI \Rightarrow F$ là trung điểm của SI (1) (với $JE \cap SI = \{F\}$). Mặt khác

$$CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (P) \Rightarrow CD \parallel MN \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra MN là đường trung bình trong tam giác

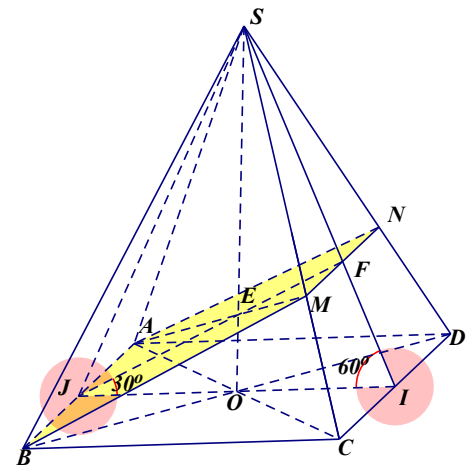
$$SBC \Rightarrow \frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} \\ \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ACD} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} + \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD} \text{ (*)}$$

$$\text{Tam giác } SIJ \text{ đều cạnh } a \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \text{ (2*)}$$

$$\text{Thay (2*) vào (*) ta được } V_{S.ABMN} = \frac{3}{8} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$



Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ biết $f(\pi) = 0$ và $f'(x) = 2 \sin x - 3 \sin^3 x, \forall x \in \mathbb{R}$, biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x + 1} dx = a - \frac{b\pi}{c}$.

Tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) &= \int (2 \sin x - 3 \sin^3 x) dx = \int \sin x (2 - 3 \sin^2 x) dx = \int \sin x (3 \cos^2 x - 1) dx \\ &= -\int (3 \cos^2 x - 1) d(\cos x) = -\cos^3 x + \cos x + C \end{aligned}$$

Vì $f(\pi) = 0$ nên $-\cos^3 \pi + \cos \pi + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$. Vậy $f(x) = -\cos^3 x + \cos x$

$$\text{Xét } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \cos^3 x}{\sin^2 x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x (1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot \sin^2 x}{\sin^2 x + 1} dx.$$

Cách 1: Đặt $\sin x = u$; $du = \cos x dx$;

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$.

$$I = \int_0^1 \frac{u^2}{u^2 + 1} du = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{u^2 + 1}\right) du = u \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{u^2 + 1} du.$$

$$\text{Xét } J = \int_0^1 \frac{1}{u^2 + 1} du, \text{ đặt } u = \tan t, t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right); du = \frac{1}{\cos^2 t} dt = (\tan^2 t + 1) dt.$$

Đổi cận: $u = 0 \Rightarrow t = 0$; $u = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

$$J = \int_0^1 \frac{1}{u^2 + 1} du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 t + 1}{\tan^2 t + 1} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Vậy } I = 1 - J = 1 - \frac{\pi}{4}.$$

Cách 2: Đặt $\sin x = \tan t, t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Lấy vi phân 2 vế, ta có $\cos x dx = (\tan^2 t + 1) dt$;

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot \sin^2 x}{\sin^2 x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 t}{\tan^2 t + 1} (\tan^2 t + 1) dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 t} - 1\right) dt = (\tan t - t) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\pi}{4}.$$

Vậy $S = a + b + c = 6$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình

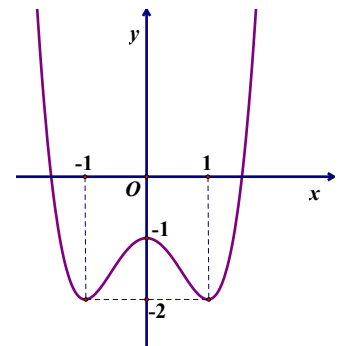
$$3f(\cos x) + 5 = 0 \text{ là}$$

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 8.



Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3f(\cos x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(\cos x) = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a \in (-2; -1) \\ \cos x = b \in (-1; 0) \\ \cos x = c \in (0; 1) \\ \cos x = d \in (1; 2) \end{cases}$$

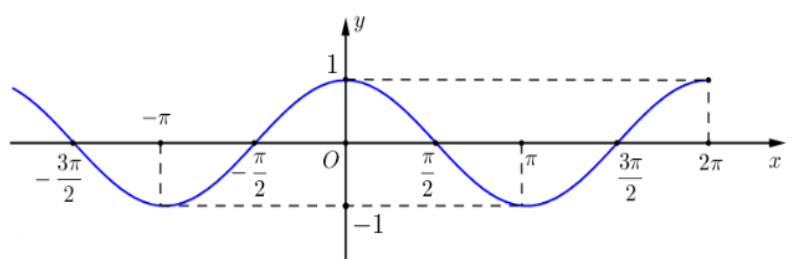
Vì $\cos x \in [-1; 1]$ nên $\cos x = a \in (-2; -1)$ và $\cos x = d \in (1; 2)$ vô nghiệm.

Xét đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$$

Phương trình $\cos x = b \in (-1; 0)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $\cos x = c \in (0; 1)$ có 3



nghiệm phân biệt, không trùng với
 nghiệm nào của phương trình
 $\cos x = b \in (-1; 0)$.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$.

Câu 46: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 2$. Giá trị biểu thức $a + 2b$ bằng?

- A. 6. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 22.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0, b > 0$ ta có $25a^2 + b^2 + 1 \geq 10ab + 1$, dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $b = 5a$.

Suy ra $\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) \geq \log_{10a+3b+1}(10ab + 1)$, dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $b = 5a$.

Mặt khác, ta lại có với $a > 0, b > 0$ thì $\log_{10a+3b+1}(10ab + 1) > 0, \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) > 0$.

Do đó:

$$\begin{aligned} \log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) &\geq \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) \\ &\geq 2\sqrt{\log_{10a+3b+1}(10ab + 1) \cdot \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1)} = 2 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} b = 5a \\ \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) = \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ 10a + 3b + 1 = 10ab + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = \frac{11}{2}$$

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \frac{34}{\sqrt{(x^3 - 3x + 2m)^2 + 1}} \text{ trên đoạn } [0; 3] \text{ bằng } 2. \text{ Tổng tất cả các phần tử của } S \text{ bằng}$$

- A. 8. B. -8. C. -6. D. -1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sqrt{(x^3 - 3x + 2m)^2 + 1} = |x^3 - 3x + 2m|$$

$$\text{Nhận thấy } \min_{[0;3]} f(x) = 2 \Leftrightarrow \max_{[0;3]} |x^3 - 3x + 2m| = 16 \quad (1).$$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + 2m$ trên $[0; 3]$, ta có:

$$+ g'(x) = 3x^2 - 3, \quad g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 3) \\ x = -1 \notin (0; 3) \end{cases}$$

$$+ g(0) = 2m, \quad g(1) = 2m - 2, \quad g(3) = 2m + 18$$

$$\text{Do đó } 2m - 2 \leq g(x) \leq 2m + 18, \forall x \in [0; 3], \text{ tức } \max_{[0;3]} |x^3 - 3x + 2m| = \max_{[0;3]} \{|2m - 2|; |2m + 18|\}.$$

$$\text{Từ đây ta có } (1) \Leftrightarrow \max_{[0;3]} \{|2m - 2|; |2m + 18|\} = 16$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |2m + 18| > |2m - 2| \\ |2m + 18| = 16 \\ |2m + 18| \leq |2m - 2| \\ |2m - 2| = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -7 \end{cases}. \text{ Suy ra } S = \{-7; -1\}. \text{ Vậy, tổng các phần tử của } S \text{ là } -8.$$

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x + y > 0; -20 \leq x \leq 20$ và

$$\log_2(x+2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0?$$

A. 19.

B. 6

C. 10.

D. 41.

Lời giải

Chọn C

+ Điều kiện: $x + 2y > 0$

+ Ta có: $x + y > 0$ nên

$$\log_2(x+2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(x+y)(x+2y)}{x+y} + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 2y^2 + 3xy) - \log_2(x+y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 2y^2 + 3xy) + x^2 + 2y^2 + 3xy = \log_2(x+y) + x + y \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = \log_2 t + t$, ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0 \quad t \in (0; +\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Do đó: } (1) \Leftrightarrow f(x^2 + 2y^2 + 3xy) = f(x+y) \Leftrightarrow x^2 + 2y^2 + 3xy = x + y$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x+2y-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 - 2y \quad \text{vì } x + y > 0 \text{ nên } x + y = 1 - y > 0$$

$$\text{+ Do } -20 \leq x \leq 20 \text{ suy ra } -\frac{19}{2} \leq y < 1$$

+ Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-9; -8; \dots; -1; 0\}$, với mỗi giá trị y cho ta 1 giá trị x thỏa mãn YCBT.

Vậy có 10 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn YCBT.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-2020; 2020]$ để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. 2004.

B. 2017.

C. 2020.

D. 2009.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 12x + m.$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

$$\text{Do đó } m \geq -3x^2 + 12x, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} g(x) \text{ với } g(x) = -3x^2 + 12x.$$

$$\text{Ta có: } g(x) = -3(x-2)^2 + 12 \leq 12, \forall x \in (0; +\infty) \text{ nên } \max_{(0; +\infty)} g(x) = 12 = g(2).$$

Vậy $m \geq 12$.

Số các số nguyên m cần tìm là: $2020 - 12 + 1 = 2009$.

Câu 50: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{3}{25}$.

C. $\frac{22}{25}$.

D. $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Vì S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A nên ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

☒ Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3 .

☒ Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4 .

✎ Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5 .

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n_\Omega = C_{300}^1 = 300$

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1 = \{1; 2; 3; 4\}$, $A_2 = \{2; 3; 5\}$, $A_3 = \{1; 4; 5\}$.

• Từ A_1 lập được các số thuộc S là $4!$.

• Từ A_2 lập được các số thuộc S là $3!$.

• Từ A_3 lập được các số thuộc S là $3!$.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n_X = 4! + 3! + 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n_X}{n_\Omega} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$.

----- HẾT -----