

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1. (4,0 điểm):

1. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

Rút gọn biểu thức A. Tìm x để $|A| = A$.

2. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{x-y}{x+y}$. Biết $x^2 - 2y^2 = xy$ ($x+y \neq 0, y \neq 0$).

Câu 2. (4,0 điểm):

1. Giải phương trình sau:

$$(2x^2 + x - 2020)^2 + 4(x^2 - 5x - 2021)^2 = 4(2x^2 + x - 2020)(x^2 - 5x - 2021)$$

2. Cho $x; y$ là hai số khác nhau thỏa mãn: $\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{y^2+1} = \frac{2}{xy+1}$.

Chứng minh: $\frac{1}{x^{2022}+1} + \frac{1}{y^{2022}+1} = 1$

Câu 3. (4,0 điểm):

1. Tìm các giá trị x, y nguyên dương sao cho: $x^2 = y^2 + 2y + 13$

2. Chứng minh rằng: Nếu $2n + 1$ và $3n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$) đều là các số chính phương thì n chia hết cho 40.

Câu 4. (6,0 điểm):

Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa cạnh AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc với AB . Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D .

1. Chứng minh: $AB^2 = 4 AC \cdot BD$.

2. Kẻ OM vuông góc với CD tại M . Chứng minh: $AC = CM$.

3. Từ M kẻ MH vuông góc với AB tại H . Chứng minh BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng MH .

4. Tìm vị trí của điểm C trên tia Ax để diện tích tứ giác $ABDC$ nhỏ nhất.

Câu 5. (2,0 điểm):

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z}$.