

Câu I (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}} - \frac{6-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-6}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = \sqrt{x}$.

Câu II (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = ax + (b-1)$. Tìm a, b biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = -4 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^2 + 5x - 6 = 0$
2. Cho phương trình $x^2 + 6x + 6m - m^2 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^3 - x_2^3 + 2x_1^2 + 12x_1 + 72 = 0$$

Câu IV (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C (C khác M). Kẻ MH vuông góc với BC ($H \in BC$).

1. Chứng minh rằng $BOMH$ là tứ giác nội tiếp.
2. MB cắt OH tại E . Chứng minh $ME.MH = BE.HC$.
3. Gọi giao điểm của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC là K (K khác M). Chứng minh rằng ba điểm C, K, E thẳng hàng.

Câu V (1,0 điểm) Cho x, y, z là những số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh:

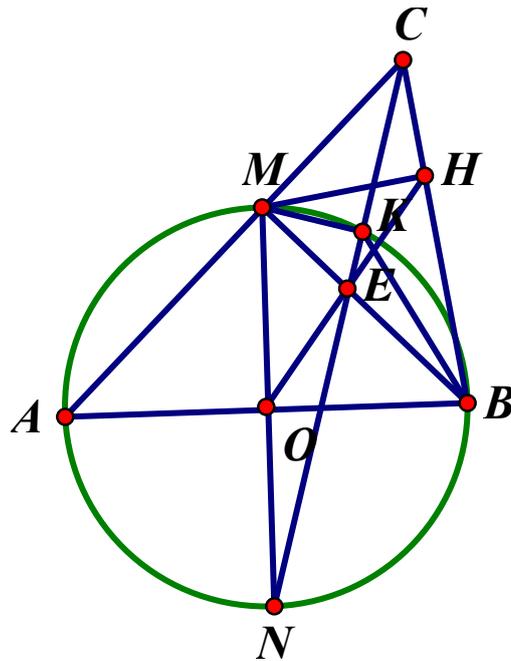
$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \geq \frac{2}{3}$$

-----Hết-----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; SBD:

| Câu | Nội dung | Điểm |
|------------------------------------|--|------|
| Câu I (2,0 điểm) | 1.(1,0 điểm): Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} - \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}} - \frac{6-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-6}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-2)} + \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x+3})} - \frac{6-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{x-2\sqrt{x}+x+2\sqrt{x}-3-6+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{2x+3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{(2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x+3})} = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ Vậy $P = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ Với $x \geq 0; x \neq 4$ | 0,25 |
| | | 0,25 |
| | | 0,25 |
| | | 0,25 |
| | | 0,25 |
| | 2.(1,0 điểm): Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta có: $P = \sqrt{x}$. $\Rightarrow \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \sqrt{x}$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2}$ $\Rightarrow x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1=0 \\ \sqrt{x}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=9 \end{cases}$ Ta thấy $x=1$ và $x=9$ đều thỏa mãn ĐKXD. Vậy $x=1$ hoặc $x=9$ | 0,25 |
| | 0,25 | |
| | 0,25 | |
| | 0,25 | |
| | 0,25 | |
| Câu II (2,0 điểm) | 1.(1,0 điểm): Vì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 nên $b-1 = -3$ $\Leftrightarrow b = -2$ Với $b = -2$ ta có $y = ax - 3$ Vì đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;1), nên ta có: $a.2-3 = 1 \Leftrightarrow 2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$ Vậy $a = 2$ và $b = -2$ | 0,25 |
| | 2.(1,0 điểm): Ta có: $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -4 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ | 0,75 |



1.(1,0 điểm)

Tứ giác BOMH có:

$$\widehat{BOM} = 90^\circ \text{ (MN} \perp \text{AB)}$$

$$\widehat{MHB} = 90^\circ \text{ (MH} \perp \text{BC)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BOM} + \widehat{MHB} = 180^\circ$$

- \Rightarrow BOMH là tứ giác nội tiếp

0,25

0,25

0,25

0,25

2.(1,0 điểm)

Ta có: $OM = OB$ (bán kính) $\Rightarrow \Delta OMB$ vuông cân tại O

$$\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{OMB} = 45^\circ$$

Tứ giác BOMH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{OMB}$ (cùng chắn cung BO)

$$\widehat{OHM} = \widehat{OBM} \text{ (cùng chắn cung MO)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{OHM} \Rightarrow \text{HE là tia phân giác của } \widehat{MHB}$$

Áp dụng t/c đường phân giác trong tam giác

$$\text{Ta có: } \frac{ME}{MH} = \frac{EB}{HB} \Rightarrow ME \cdot HB = BE \cdot MH \text{ (1)}$$

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông, ta có

$$MH^2 = HB \cdot HC \Rightarrow HB = \frac{MH^2}{HC} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow ME \cdot \frac{MH^2}{HC} = BE \cdot MH \Rightarrow ME \cdot MH = BE \cdot HC$$

0,25

0,25

0,25

0,25

3.(1,0 điểm)

Ta có $\widehat{MHC} = 90^\circ \Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC có

| | | |
|------------------------------------|--|---|
| | <p>đường kính MC</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MKC} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MC)</p> <p>Mà $\widehat{MKN} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MKC} + \widehat{MKN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow C, K, N$ thẳng hàng (1)</p> <p>Theo câu b, ta có: $ME \cdot MH = BE \cdot HC \Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{HC}{MH}$</p> <p>Mà $\frac{CH}{MH} = \frac{CM}{MB}$ (ΔCHM đồng dạng ΔCMB)</p> <p>$\Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{CM}{MB} = \frac{CM}{BN}$ ($MB = BN$)</p> <p>Xét ΔMEC và ΔBEN</p> <p>Có: $\widehat{CME} = \widehat{NBE} = 90^\circ, \frac{ME}{BE} = \frac{CM}{BN}$</p> <p>$\Rightarrow \Delta MEC$ đồng dạng ΔBEN</p> <p>$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{BEN}$ (2 góc tương ứng)</p> <p>Mà $\widehat{MEC} + \widehat{CEB} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{BEN} + \widehat{CEB} = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow C, E, N$ thẳng hàng (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow C, K, N, E$ thẳng hàng</p> <p>Vậy ba điểm C, K, E thẳng hàng</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
| <p>Câu V (1,0 điểm)</p> | <p>Đặt $a = \sqrt{x}, b = \sqrt{y}, c = \sqrt{z}$ ($a, b, c > 0$)</p> <p>$\Rightarrow a + b + c = 2$</p> <p>Ta có VT = $\frac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \frac{c^3}{c^2+ca+a^2}$</p> <p>$= \frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2} + \frac{b^4}{b^3+b^2c+bc^2} + \frac{c^4}{c^3+c^2a+ca^2}$</p> <p>Áp dụng BĐT $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ ta có:</p> <p>$\frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2} + \frac{b^4}{b^3+b^2c+bc^2} \geq \frac{(a^2+b^2)^2}{(a^3+a^2b+ab^2) + (b^3+b^2c+bc^2)}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{a^4}{a^3+a^2b+ab^2} + \frac{b^4}{b^3+b^2c+bc^2} + \frac{c^4}{c^3+c^2a+ca^2} \geq \frac{(a^2+b^2)^2}{(a^3+a^2b+ab^2) + (b^3+b^2c+bc^2)} + \frac{c^4}{c^3+c^2a+ca^2}$</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |

| | |
|--|------|
| $\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2) + (c^3 + c^2a + ca^2)}$ $= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 + b^2c + bc^2 + c^3 + c^2a + ca^2}$ $= \frac{a^2(a + b + c) + b^2(a + b + c) + c^2(a + b + c)}{(a^2 + b^2 + c^2)^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a^2 + b^2 + c^2)(a + b + c)} = \frac{1}{a + b + c}$ $= \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{1} + \frac{b^2}{1} + \frac{c^2}{1} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{(a+b+c)^2}{1+1+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{3} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow VT = \frac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \frac{c^3}{c^2+ca+a^2} \geq \frac{2}{3}$ <p>Hay $\frac{x\sqrt{x}}{x+\sqrt{xy}+y} + \frac{y\sqrt{y}}{y+\sqrt{yz}+z} + \frac{z\sqrt{z}}{z+\sqrt{zx}+x} \geq \frac{2}{3}$ (đpcm)</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3} \Rightarrow x = y = z = \frac{4}{9}$</p> | 0,25 |
|--|------|

Lưu ý: - Học sinh làm bài bằng cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.
 - Câu IV nếu học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.