SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HẢI DƯƠNG** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH** **LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2016 - 2017** **MÔN THI: TOÁN** *Thời gian làm bài: 180 phút* *Ngày thi: 05/4/2017* (*Đề thi gồm 01 trang*)

Câu I (2,0 điểm)

Cho hàm số $y=-x^2+2(m+1)x+1-m^2$ (1), (m là tham số).

1) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác KAB vuông tại K, trong đó $K(2;-2)$.

2) Tìm giá trị của m để hàm số (1) có giá trị lớn nhất bằng 6.

Câu II (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y+2y+x=4xy \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{xy}+\dfrac{x}{y}=3 \end{cases}$

2) Giải phương trình $(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1})(x^2+\sqrt{x^2+4x+3})=2x$

3) Giải bất phương trình $(x^2-3x+2)(x^2-12x+32)\le 4x^2$

Câu III (3,0 điểm)

1) Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh CD; N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN=\dfrac{1}{3}AD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BMN, đường thẳng AG cắt BC tại K. Tính tỉ số $\dfrac{BK}{BC}$.

2) Cho tam giác ABC không có góc vuông và có các cạnh $BC=a,\ CA=b,\ AB=c$. Chứng minh rằng nếu tam giác ABC thỏa mãn $a^2+b^2=2c^2$ và $\tan A+\tan C=2\tan B$ thì tam giác ABC đều.

3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ΔABC cân tại C và có diện tích bằng 10. Đường thẳng AB có phương trình $x-2y=0$. Điểm $I(4;2)$ là trung điểm cạnh AB, điểm $M\left(4;\dfrac{9}{2}\right)$ thuộc đường thẳng BC. Tìm tọa độ các điểm A,B,C biết điểm B có tung độ là số nguyên.

Câu IV (1,0 điểm)

Một nông trại dự định trồng cà rốt và khoai tây trên khu đất có diện tích 5 *ha*. Để chăm bón các loại cây này, nông trại phải dùng phân vi sinh. Nếu trồng cà rốt trên 1 *ha* cần dùng 3 tấn phân vi sinh và thu được 50 triệu đồng tiền lãi. Nếu trồng khoai tây trên 1 *ha* cần dùng 5 tấn phân vi sinh và thu được 75 triệu đồng tiền lãi. Hỏi nông trại cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được tổng số tiền lãi cao nhất? Biết rằng số phân vi sinh cần dùng không được vượt quá 18 tấn.

Câu V (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a,b,c. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{ab}{a^2+ab+bc}+\frac{bc}{b^2+bc+ca}+\frac{ca}{c^2+ca+ab}$$

.... **Hết** ....

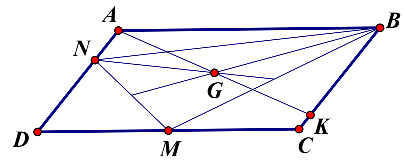
Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

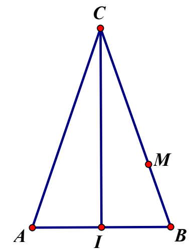
Giám thị coi thi số 1: .... Giám thị coi thi số 2: ....

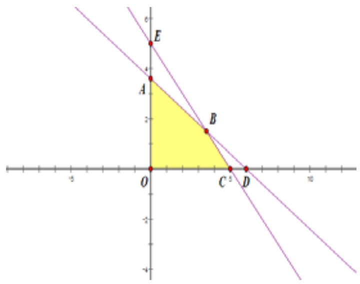
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG	HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 10 THPT – NĂM HỌC 2016 - 2017 MÔN: TOÁN (*Hướng dẫn chấm gồm 5 trang*)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I.1 **1,0 đ**	Cho hàm số $y=-x^2+2(m+1)x+1-m^2$ (1) (m là tham số). Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác KAB vuông tại K, trong đó $K(2;-2)$.	
	Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2+2(m+1)x+1-m^2=0 \Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$ (2)	0,25
	Đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow (m+1)^2-m^2+1>0 \Leftrightarrow 2m+2>0 \Leftrightarrow m>-1$.	0,25
	Gọi các nghiệm của phương trình (2) là x_1,x_2. Tọa độ các giao điểm A,B là $A(x_1;0),B(x_2;0)$; $\overrightarrow{KA}=(x_1-2;2), \overrightarrow{KB}=(x_2-2;2)$.	0,25
	$KA\perp KB \Leftrightarrow \overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB}=0 \Leftrightarrow (x_1-2)(x_2-2)+4=0 \Leftrightarrow x_1x_2-2(x_1+x_2)+8=0$ $\Leftrightarrow m^2-1-2.2(m+1)+8=0 \Leftrightarrow m^2-4m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện $m>-1$, ta được $m=1,\ m=3$.	0,25
Câu I.2 **1,0 đ**	Tìm giá trị của m để hàm số (1) có giá trị lớn nhất bằng 6.	
	$y=-x^2+2(m+1)x+1-m^2 \Leftrightarrow y=-x^2+2(m+1)x-(m+1)^2+(m+1)^2+1-m^2$ $\Leftrightarrow y=-(x-m-1)^2+2m+2$.	0,25
	$\Rightarrow y\le 2m+2$.	0,25
	Dấu $"="$ xảy ra khi $x=m+1$. Giá trị lớn nhất của hàm số là $2m+2$.	0,25
	Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 6 khi $2m+2=6 \Leftrightarrow m=2$.	0,25
CâuII.1 **1,0 đ**	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y+2y+x=4xy & (1) \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{xy}+\dfrac{x}{y}=3 & (2) \end{cases}$	
	Điều kiện $x\ne 0, y\ne 0$. Chia hai vế của (1) cho xy ta có phương trình $x+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=4$.	0,25
	$\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{xy}+\dfrac{x}{y}=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)+\dfrac{x}{y}=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)+x\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)=4$ $\Leftrightarrow \left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)=4$	0,25

	Ta có hệ $\begin{cases} x+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=4 \\ \left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\dfrac{1}{x}\right)+\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=4 \\ \left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}\right)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+\dfrac{1}{x}=2 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+\dfrac{1}{x}=2 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x+1=0 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}.$	0,25
CâuII.2 **1,0 đ**	Giải phương trình $\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1}\right)\left(x^2+\sqrt{x^2+4x+3}\right)=2x$	
	Điều kiện $x\geq -1$. Với $x\geq -1 \Rightarrow \sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}>0$. $\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1}\right)\left(x^2+\sqrt{x^2+4x+3}\right)=2x$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1}\right)\left(x^2+\sqrt{x^2+4x+3}\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}\right)=2x\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}\right)$ $\Leftrightarrow x^2+\sqrt{x^2+4x+3}=x.\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}\right)$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2-x\sqrt{x+3}+\sqrt{(x+3)(x+1)}-x\sqrt{x+1}=0$ $\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{x+3}\right)\left(x-\sqrt{x+1}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\sqrt{x+3}=0 \\ x-\sqrt{x+1}=0 \end{array}\right.$	0,25
	$x-\sqrt{x+3}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x+3=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x^2-x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$	0,25
	$x-\sqrt{x+1}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x+1=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x^2-x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$	0,25
CâuII.3 **1,0 đ**	Giải bất phương trình $(x^2-3x+2)(x^2-12x+32)\leq 4x^2$ (1)	
	$(x^2-3x+2)(x^2-12x+32)\leq 4x^2$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x-4)(x-8)\leq 4x^2 \Leftrightarrow (x-2)(x-4)(x-1)(x-8)\leq 4x^2$ $\Leftrightarrow \left(x^2-6x+8\right)\left(x^2-9x+8\right)\leq 4x^2$ (2)	0,25
	Xét $x=0$, thay vào bất phương trình (2) không thỏa mãn.	0,25
	Xét $x\neq 0$, chia hai vế của (2) cho x^2 ta được bất phương trình $\dfrac{\left(x^2-6x+8\right)}{x}.\dfrac{\left(x^2-9x+8\right)}{x}\leq 4 \Leftrightarrow \left(x+\dfrac{8}{x}-6\right)\left(x+\dfrac{8}{x}-9\right)\leq 4$ Đặt $t=x+\dfrac{8}{x}$, có bất phương trình $(t-6)(t-9)\leq 4 \Leftrightarrow t^2-15t+54\leq 4 \Leftrightarrow t^2-15t+50\leq 0 \Leftrightarrow 5\leq t\leq 10$.	0,25
	$5\leq t\leq 10 \Rightarrow \begin{cases} x+\dfrac{8}{x}\geq 5 \\ x+\dfrac{8}{x}\leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-5x+8}{x}\geq 0 \\ \dfrac{x^2-10x+8}{x}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x<0 \\ 5-\sqrt{17}\leq x\leq 5+\sqrt{17} \end{array}\right. \end{cases}$ $\Leftrightarrow 5-\sqrt{17}\leq x\leq 5+\sqrt{17}$	0,25

Câu III.1 1,0 đ	Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh CD; N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN=\frac{1}{3}AD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BMN, đường thẳng AG cắt BC tại K. Tính tỉ số $\frac{BK}{BC}$.	
	$3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}$ $=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right)+\overrightarrow{AB}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$ $=\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ $\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{AD}$ 	0,25
	Đặt $\overrightarrow{BK}=x\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{AD}$	0,25
	Ba điểm A,G,K thẳng hàng nên $\overrightarrow{AK}=m\overrightarrow{AG}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{AD}=m\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{AD}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{AD}=\frac{m}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{4m}{9}\overrightarrow{AD}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}1=\frac{m}{2}\\ x=\frac{4m}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\ x=\frac{8}{9}\end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow\overrightarrow{BK}=\frac{8}{9}\overrightarrow{BC}\Rightarrow\frac{BK}{BC}=\frac{8}{9}$	0,25
Câu III.2 1,0 đ	Cho tam giác ABC không có góc vuông và có các cạnh $BC=a,\ CA=b,\ AB=c$. Chứng minh rằng nếu tam giác ABC thỏa mãn $a^2+b^2=2c^2$ và $\tan A+\tan C=2\tan B$ thì tam giác ABC đều.	
	$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\frac{a}{2R}}{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}=\frac{abc}{R\left(b^2+c^2-a^2\right)}$ $\tan B=\frac{abc}{R\left(c^2+a^2-b^2\right)},\ \tan C=\frac{abc}{R\left(a^2+b^2-c^2\right)}$	0,25
	$\Rightarrow\tan A+\tan C=2.\tan B\Leftrightarrow\frac{abc}{R\left(b^2+c^2-a^2\right)}+\frac{abc}{R\left(a^2+b^2-c^2\right)}=2.\frac{abc}{R\left(a^2+c^2-b^2\right)}$ $\Leftrightarrow\frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}=2.\frac{1}{a^2+c^2-b^2}$.	0,25
	$\Leftrightarrow\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)+\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(a^2+c^2-b^2\right)=2\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)$ $\Leftrightarrow a^4-\left(b^2-c^2\right)^2+c^4-\left(a^2-b^2\right)^2=2\left(b^4-\left(a^2-c^2\right)^2\right)$ $\Leftrightarrow a^2\left(a^2+b^2-2c^2\right)+\left(c^2-b^2\right)\left(c^2+2b^2\right)=0$.	0,25
	Kết hợp với $a^2+b^2=2c^2\Rightarrow a=b=c$. Vậy tam giác ABC đều.	0,25

Câu III.3 **1,0 đ**	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ΔABC cân tại C và có diện tích bằng 10. Đường thẳng AB có phương trình $x-2y=0$. Điểm $I(4;2)$ là trung điểm cạnh AB, điểm $M\left(4;\frac{9}{2}\right)$ thuộc đường thẳng BC. Tìm tọa độ các điểm A,B,C biết điểm B có tung độ là số nguyên.	
	$B\in AB\Rightarrow B(2b;b),(b\in\mathbb{Z})\Rightarrow A(8-2b;4-b)$; $AB=\sqrt{20}\lvert b-2\rvert$ Phương trình $CI: 2x+y-10=0$ $C\in CI\Rightarrow C(c;10-2c)\Rightarrow CI=\sqrt{5}\lvert 4-c\rvert$. $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CI.AB=10\Leftrightarrow \lvert 4b+2c-bc-8\rvert=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} bc-4b-2c=-6\ (1)\\ bc-4b-2c=-10\ (2)\end{array}\right.$ 	0,25
	$\overrightarrow{CM}=\left(4-c;2c-\frac{11}{2}\right)$, $\overrightarrow{MB}=\left(2b-4;b-\frac{9}{2}\right)$ $M\in BC\Rightarrow \exists k\in\mathbb{R}\mid \overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{MB}\Rightarrow \begin{cases}4-c=k(2b-4)\\ 2c-\frac{11}{2}=k\left(b-\frac{9}{2}\right)\end{cases}\Rightarrow 2bc-6b-5c+16=0\quad (3)$	0,25
	Từ $(1),(3)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=1-\sqrt{2}\\ b=1+\sqrt{2}\end{array}\right.$ (không thỏa mãn).	0,25
	Từ $(2),(3)\Rightarrow \begin{cases}b=3\\ c=2\end{cases}\Rightarrow A(2;1),B(6;3);C(2;6)$.	0,25
Câu IV **1,0 đ**	Một nông trại dự định trồng cà rốt và khoai tây trên khu đất có diện tích 5 *ha*. Để chăm bón các loại cây này, nông trại phải dùng phân vi sinh. Nếu trồng cà rốt trên 1 *ha* cần dùng 3 tấn phân vi sinh và thu được 50 triệu đồng tiền lãi. Nếu trồng khoai tây trên 1 *ha* cần dùng 5 tấn phân vi sinh và thu được 75 triệu đồng tiền lãi. Hỏi nông trại cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được tổng số tiền lãi cao nhất? Biết rằng số phân vi sinh cần dùng không được vượt quá 18 tấn.	
	Giả sử trồng $x(ha)$ cà rốt và $y(ha)$ khoai tây. Điều kiện : $x\ge 0, y\ge 0$ và $x+y\le 5$ Số phân vi sinh cần dùng là : $3x+5y$ (tấn) Ta có $3x+5y\le 18$ Số tiền thu được là $T=50x+75y$ (triệu đồng).	0,25
	Ta cần tìm x,y thoả mãn: $\begin{cases}x\ge 0, y\ge 0\\ x+y\le 5\\ 3x+5y\le 18\end{cases}$ (I) sao cho $T=50x+75y$ đạt giá trị lớn nhất.	0,25
	Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ các đường thẳng $d_1: x+y=5$; $d_2: 3x+5y=18$ Đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm $C(5;0)$, cắt trục tung tại điểm $E(0;5)$.	

	Đường thẳng d_2 cắt trục hoành tại điểm $D(6;0)$, cắt trục tung tại điểm $A\left(0;\dfrac{18}{5}\right)$. Đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $B\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền đa giác $OABC$. 	0,25
	$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow T=0$; $\begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow T=250$; $\begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow T=270$; $\begin{cases} x=\dfrac{7}{2} \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow T=287{,}5$ Vậy để thu được tổng số tiền lãi cao nhất thì nông trại trồng $3{,}5\ ha$ cà rốt và $1{,}5\ ha$ khoai tây.	0,25
Câu V **1,0 đ**	Cho các số thực dương a,b,c. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $$P=\frac{ab}{a^2+ab+bc}+\frac{bc}{b^2+bc+ca}+\frac{ca}{c^2+ca+ab}$$	
	$P=\dfrac{1}{\dfrac{a}{b}+1+\dfrac{c}{a}}+\dfrac{1}{\dfrac{b}{c}+1+\dfrac{a}{b}}+\dfrac{1}{\dfrac{c}{a}+1+\dfrac{b}{c}}$. Đặt $x=\sqrt[3]{\dfrac{a}{b}};y=\sqrt[3]{\dfrac{b}{c}};z=\sqrt[3]{\dfrac{c}{a}}$ Ta có $P=\dfrac{1}{x^3+z^3+1}+\dfrac{1}{y^3+x^3+1}+\dfrac{1}{z^3+y^3+1}$ với x,y,z dương và $xyz=1$.	0,25
	$x^3+y^3=(x+y)\left((x-y)^2+xy\right)\ge(x+y)xy \Rightarrow x^3+y^3+1\ge 1+(x+y)xy$ $\Rightarrow x^3+y^3+1\ge(x+y)xy+xyz=xy(x+y+z)$ $\Rightarrow \dfrac{1}{x^3+y^3+1}\le\dfrac{1}{xy(x+y+z)}$	0,25
	Tương tự $\dfrac{1}{y^3+z^3+1}\le\dfrac{1}{yz(x+y+z)}$; $\dfrac{1}{z^3+x^3+1}\le\dfrac{1}{xz(x+y+z)}$ $P\le\dfrac{1}{xy(x+y+z)}+\dfrac{1}{yz(x+y+z)}+\dfrac{1}{zx(x+y+z)}=\dfrac{1}{xyz}=1$	0,25
	Dấu "$=$" xảy ra khi $x=y=z=1\Leftrightarrow a=b=c$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 1.	0,25

Lưu ý: *Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*