SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10, 11 THPT NĂM HỌC 2020 - 2021

ĐỀ THI MÔN: TOÁN 11 - THPT

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm): Giải phương trình $\sin x.\cos 2x = \cos 2x - \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$.

Câu 2 (2,0 điểm): Tính giới hạn $\lim\limits_{x \to 2} \frac{3\sqrt[3]{1-x} + \sqrt{6x-3}}{(x-2)(x^2+3x-10)}$.

Câu 3 (2,0 điểm): Tìm hệ số của x^{2020} trong khai triển nhị thức Newton $(2x-5)^n$ thành đa thức, trong đó n là số nguyên dương thỏa mãn $\frac{1}{3} + \frac{1}{3+6} + \frac{1}{3+6+9} + .. + \frac{1}{3+6+...+3n} = \frac{2021}{3033}$.

Câu 4 (2,0 điểm): Một lớp học có tổng số 36 học sinh, trong đó số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ. Lớp được phân thành hai nhóm, nhóm 1 gồm các học sinh nam và nhóm 2 gồm các học sinh nữ để khảo sát về kĩ năng bơi của học sinh. Biết mỗi học sinh chỉ tích chọn một trong hai hình thức: biết bơi hoặc chưa biết bơi và nhóm nào cũng có cả hai hình thức. Lấy ngẫu nhiên mỗi nhóm một học sinh, xác suất lấy được hai học sinh đều biết bơi là $\frac{140}{299}$. Tìm số học sinh nam biết bơi, biết số học sinh nữ biết bơi là số lẻ.

Câu 5 (2,0 điểm): Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{3u_n+4}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Tính $\lim(2^n.u_n)$.

Câu 6 (2,0 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = \sqrt{8+5x-y} \\ 3x + y^2 + 4 = \sqrt{5(2-x+2y)} + \sqrt{3y+5} \end{cases}, (x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 7 (2,0 điểm): Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Điểm M nằm trên cạnh AA' sao cho $AM = x, (0 < x < 1)$. Mặt phẳng (α) qua M, song song với các đường thẳng $A'B$ và AC cắt hình lập phương đã cho theo thiết diện là hình (H). Tìm x để diện tích hình (H) bằng $\frac{11\sqrt{3}}{16}$.

Câu 8 (2,0 điểm): Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh $AB = 2a, \widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của cạnh AB, qua điểm H kẻ đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Lấy điểm S thay đổi trên đường thẳng d (S không trùng với H), điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

a) Khi $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, chứng minh đường thẳng SM vuông góc với mặt phẳng (SAD).

b) Tính theo a độ dài của cạnh SH để góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) có số đo lớn nhất.

Câu 9 (2,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có tâm I. Các điểm $G\left(-\frac{1}{3}; 0\right), E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABI và tam giác ACD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết hoành độ của đỉnh A là số nguyên.

Câu 10 (2,0 điểm): Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn $a+b+c \ge \frac{1}{16}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left(\frac{1}{a+b+\sqrt{2(a+c)}}\right)^3 + \left(\frac{1}{b+c+\sqrt{2(b+a)}}\right)^3 + \left(\frac{1}{c+a+\sqrt{2(c+b)}}\right)^3$.

..............................*Hết*..............................