

MÃ ĐỀ 01

I. TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)

Câu 1: Nếu một cung tròn có số đo là 15° thì số đo radian của nó là

- A. $\frac{\pi}{15}$. B. $\frac{\pi}{12}$. C. $\frac{12}{\pi}$. D. $\frac{15}{\pi}$.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây SAI ?

- A. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$. B. $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$.
C. $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$. D. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

Câu 3: Trong các công thức dưới đây, công thức nào ĐÚNG?

- A. $\cos(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$. B. $\cos(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$.
C. $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$. D. $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.

Câu 4: Trong các công thức dưới đây, công thức nào ĐÚNG?

- A. $\cos a - \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.
C. $\cos a - \cos b = -2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây là ĐÚNG?

- A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn. D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

Câu 6: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây.

- A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. B. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$. D. $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ C. \mathbb{R} D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 8: Một hình chóp có đáy là tứ giác có số mặt và số cạnh là:

- A. 4 mặt, 4 cạnh. B. 4 mặt, 8 cạnh. C. 5 mặt, 8 cạnh. D. 5 mặt, 5 cạnh.

Câu 9: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào ĐÚNG?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt trên cạnh SA, SB sao cho MN cắt AB tại I . Điểm I thuộc mặt phẳng:

- A. (CDM) . B. (SBC) . C. (CMN) . D. (CDN) .

Câu 11. Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ biết $u_n = \frac{n}{n+1}$. Tính u_{2023} .

- A. $u_{2023} = \frac{2023}{2024}$. B. $u_{2023} = \frac{2024}{2025}$. C. $u_{2023} = \frac{2024}{2023}$. D. $u_{2023} = \frac{2025}{2024}$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -4$. B. $u_5 = 4$. C. $u_5 = -10$. D. $u_5 = 10$.

Câu 13. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính $P = \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{5 \cos \alpha - 6 \sin \alpha}$.

- A. $P = -2$. B. $P = 2$. C. $P = -1$. D. $P = 1$.

Câu 14. Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Tính $P = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$.

- A. $P = -\frac{1}{12}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = \frac{5}{12}$. D. $P = -\frac{5}{12}$.

Câu 15: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin 2x - 4$ là

- A. 2. B. -1. C. 1. D. 7.

Câu 16: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. SF . B. SD . C. AC . D. SE .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB . Giao điểm của DM và (SAC) là

- A. Giao điểm của DM và SA . B. Giao điểm của DM và SC .

- C. Giao điểm của DM và SO . D. Giao điểm của DM và BD .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm của

AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- A. MP và RT . B. MQ và RT . C. MN và RT . D. PQ và RT .

Câu 19: Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức: $p(t) = 120 + 15 \cos 150\pi t$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị $mmHg$ (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút. Huyết áp cao nhất và huyết áp thấp nhất lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Tìm chỉ số huyết áp của người đó, biết rằng chỉ số huyết áp được viết là huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương.

- A. 135/120. B. 135/105. C. 105/135. D. 120/135.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) . Giá trị $k = \frac{IA}{IN} + \frac{JN}{JM}$ bằng bao nhiêu?

- A. $k = 3$. B. $k = \frac{3}{2}$. C. $k = \frac{4}{3}$. D. $k = 5$.

II. TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)

Câu 1: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

- a) Tính $\sin \alpha$. b) Tính $\sin 2\alpha, \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 2: Giải các phương trình lượng giác

- a) $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ b) $\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

Câu 3. (1,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $M = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(2\pi - \alpha)$

b) Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 = -4 \\ u_6 = 8 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 19.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, SC và SD .

- a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) .
 b) Tìm giao điểm I của đường thẳng AN và (SBD) .
 c) Gọi J là giao điểm của MN với (SBD) . Chứng minh rằng B, J, K thẳng hàng.

Câu 5: Chứng minh đẳng thức lượng giác sau: $\sin^2 y + 2 \cos x \cos y \cos(x - y) = \cos^2 x + \cos^2(x - y)$.

..... **HẾT**

MÃ ĐỀ 02

I. TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)

Câu 1: Nếu một cung tròn có số đo radian là $\frac{\pi}{15}$ thì số đo độ của nó là

- A. 12° . B. 15° . C. 24° . D. 30° .

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$. B. $\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$.
C. $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$. D. $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$.

Câu 3: Trong các công thức dưới đây, công thức nào **sai**?

- A. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. B. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
C. $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. D. $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 4: Trong các công thức dưới đây, công thức nào **đúng**?

- A. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.
C. $\sin a - \sin b = -2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$. D. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ. B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ. D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

Câu 6: Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây.

- A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. B. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$. D. $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \cot x$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8: Hình tứ diện có số mặt và số cạnh là:

- A. 4 mặt, 4 cạnh. B. 4 mặt, 6 cạnh. C. 3 mặt, 6 cạnh. D. 4 mặt, 5 cạnh.

Câu 9: Cho biết mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó xác định duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là giao điểm của AB và CD . Điểm M thuộc mặt phẳng:

A. (SBC) . **B.** (SAB) . **C.** (SAC) . **D.** (SBO) .

Câu 11: Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ biết $u_n = \frac{n}{n-1}$. Tính u_{2024} .

A. $u_{2024} = \frac{2023}{2024}$. **B.** $u_{2024} = \frac{2024}{2025}$. **C.** $u_{2024} = \frac{2024}{2023}$. **D.** $u_{2024} = \frac{2025}{2024}$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -1$ và công sai $d = 3$. Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $u_5 = -4$. **B.** $u_5 = 4$. **C.** $u_5 = -11$. **D.** $u_5 = 11$.

Câu 13: Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = 2$. Tính $P = \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{5 \cos \alpha - 6 \sin \alpha}$.

A. $P = -2$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 1$.

Câu 14: Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Tính $P = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$.

A. $P = -\frac{5}{6}$. **B.** $P = -\frac{5}{12}$. **C.** $P = \frac{5}{12}$. **D.** $P = \frac{5}{6}$.

Câu 15: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt DC tại K , AD cắt BC tại P , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

A. SK . **B.** SC . **C.** AC . **D.** SP .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB . Giao điểm của DB và (SAC) là

A. Giao điểm của DB và AC . **B.** Giao điểm của DB và SC .
C. Giao điểm của DB và SA . **D.** Giao điểm của DB và DM .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi P, Q, E, F lần lượt là trung điểm SC, SD, AC, AD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. QP và SA . **B.** EF và AB . **C.** PQ và EF . **D.** PQ và AB .

Câu 19: Hằng ngày, Mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao $40m$ in trên mặt đất, độ dài bóng của toà chung cư này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$ ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng đến 6 giờ chiều. Độ dài bóng của toà chung cư bằng chiều cao tòa nhà khi

- A. 9 giờ sáng hoặc 1 giờ chiều.
C. 10 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều.

- B. 10 giờ sáng.
D. 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm E, F thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AF, EF với mặt phẳng (SBD) .

Giá trị $k = \frac{IF}{IA} - \frac{JF}{JE}$ bằng bao nhiêu?

- A. $k = 2$. B. $k = -\frac{1}{2}$. C. $k = -\frac{7}{2}$. D. $k = 1$.

II. TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- a) Tính $\cos \alpha$. b) Tính $\sin 2\alpha, \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

Câu 2: Giải các phương trình sau:

- a) $\sin 3x = \frac{1}{2}$ b) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 3. (1,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(2\pi - \alpha)$
b) Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 = -4 \\ u_7 = 6 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 15

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của AD, SB và SC .

- a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) .
b) Tìm giao điểm I của đường thẳng DN và (SAC) .
c) Gọi J là giao điểm của MN với (SAC) . Chứng minh rằng A, J, K thẳng hàng.

Câu 5: Chứng minh đẳng thức lượng giác sau: $\sin^2 y + 2 \cos x \cos y \cos(x - y) = \cos^2 x + \cos^2(x - y)$.

..... **HẾT**

ĐÁP ÁN GIỮA KÌ 1 TOÁN 11 NĂM HỌC 2022-2023

MÃ ĐỀ 1

1B	2A	3D	4D	5B	6A	7B	8C	9C	10C
11A	12C	13C	14B	15B	16D	17C	18B	19B	20A

MÃ 2

1A	2A	3C	4D	5B	6C	7C	8B	9C	10B
11C	12D	13B	14B	15C	16D	17A	18C	19D	20B

MÃ 3

1D	2D	3C	4B	5A	6D	7D	8C	9C	10C
11C	12D	13C	14C	15A	16B	17A	18C	19D	20B

MÃ 4

1D	2A	3B	4C	5C	6C	7B	8C	9C	10D
11A	12C	13C	14B	15D	16C	17B	18C	19B	20D

TỰ LUẬN

ĐỀ 1 - ĐỀ 3

Câu 1	a (0,75)	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ $\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{15}{16}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ (loai)} \\ \sin \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4} \text{ (nhan)} \end{cases}$	0,25 0,25 0,25
	b (0,57)	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{-\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{-2\sqrt{15}}{16}$ $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1-3\sqrt{5}}{8}$	0,25 0,25+0,25
Câu 2:	a (0,75)	$\cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ <p>(có thể bỏ qua $k \in \mathbb{Z}$)</p>	0.25
	b (0,5)	$\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cot\frac{\pi}{6}$ $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ <p>(có thể bỏ qua $k \in \mathbb{Z}$)</p>	0.25 0.25
Câu 3	a (0,5)	$M = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(2\pi - \alpha)$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha) = \sin\alpha - \cos\alpha \text{ (đúng 1 cũng cho 0,25)}$ $-\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(2\pi - \alpha) = -\sin\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] + \sin(-\alpha)$ $= \sin\alpha - \cos\alpha \text{ (HS không phân tích không cho điểm)}$ $M = 2\sin\alpha$	0,25 0.25
	b (0,5)	$\begin{cases} u_1 + d = -4 \\ u_1 + 5d = 8 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -7 \\ d = 3 \end{cases}$ $u_{19} = u_1 + 18d = -7 + 18 \cdot 3 = 47$	0,25 0.25
Câu 4:	(0,25)		Hình vẽ ban đầu, không sai quá 1 nét cho 0,25
	a (0,5)	$S \in (SAC) \cap (SBD)$ <p>Gọi $O = AC \cap BD$.</p> <p>Ta có $\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SBD) \\ O \in (SAC) \cap (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$.</p>	0.25 0.25

	b (0,5)	Trong (SAC) , gọi $I = AN \cap SO$ Ta có: $\left. \begin{array}{l} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow I = AN \cap (SBD).$	0.25 0.25
	c (0,5)	Trong (ABN) , gọi $J = MN \cap BI \Rightarrow J = MN \cap (SBD).$ Ta có $NK // AB \Rightarrow K \in (ABN).$ Ta có $\begin{cases} B \in (ABN) \cap (SBD) \\ J \in (ABN) \cap (SBD) \\ K \in (ABN) \cap (SBD) \end{cases} \Rightarrow B, J, K$ thẳng hàng.	0.25 0.25

TỰ LUẬN

ĐỀ 2 - ĐỀ 4

Câu 1	a (0,75)	$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ $\cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ (nhận)} \end{cases}$	0,25 0.25 0.25
	b (0,57)	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{-2\sqrt{2}}{3} = \frac{-4\sqrt{2}}{9}.$ $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{6}$	0,25 0.25+0.25
Câu 2:	a (0,75)	$\sin 3x = \sin \frac{\pi}{6}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ (có thể bỏ qua $k \in \mathbb{Z}$)	0.25 0.25 0.25
	b (0,5)	$\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$ (có thể bỏ qua $k \in \mathbb{Z}$)	0.25 0.25

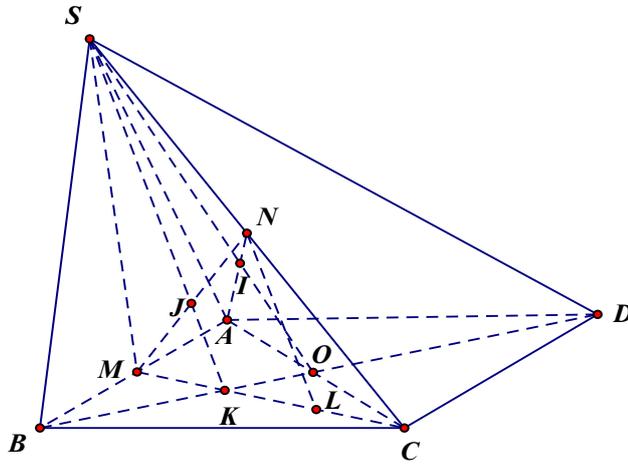
Câu 3	a (0,5)	$M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(2\pi - \alpha)$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha) = \cos \alpha + \sin \alpha \text{ (đúng 1 cũng cho 0,25)}$ $-\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(2\pi - \alpha) = -\cos\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] - \cos(-\alpha)$ $= \sin \alpha - \cos \alpha \text{ (HS không phân tích không cho điểm)}$ $M = 2 \sin \alpha$	0,25
	b (0,5)	$\begin{cases} u_1 + d = -4 \\ u_1 + 6d = 6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -6 \\ d = 2 \end{cases}$ $u_{15} = u_1 + 14d = -6 + 14 \cdot 2 = 22$	0,25 0,25
Câu 4:	(0,25)		Hình vẽ ban đầu, không sai quá 1 nét cho 0,25
	a (0,5)	$S \in (SAC) \cap (SBD)$ <p>Gọi $O = AC \cap BD$.</p> <p>Ta có $\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SBD) \\ O \in (SAC) \cap (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$</p>	0,25 0,25
	b (0,5)	<p>Trong (SBD), gọi $I = DN \cap SO$</p> <p>Ta có: $\left. \begin{array}{l} I \in DN \\ I \in SO, SO \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow I = DN \cap (SAC)$.</p>	0,25 0,25
	c (0,5)	<p>Trong (ADN), gọi $J = MN \cap AI \Rightarrow J = MN \cap (SAC)$.</p> <p>Ta có $NK \parallel AD \Rightarrow K \in (ADN)$.</p> <p>Ta có $\begin{cases} A \in (ADN) \cap (SAC) \\ J \in (ADN) \cap (SAC) \\ K \in (ADN) \cap (SAC) \end{cases} \Rightarrow A, J, K \text{ thẳng hàng}$</p>	0,25 0,25

MÃ ĐỀ 1, 3

Câu 19: Vì $-1 \leq \cos 150\pi t \leq 1$ với mọi $t \in \mathbb{R}$ nên $105 \leq p(t) \leq 135$ với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Vậy chỉ số huyết áp của người đó là $135/105$.

Câu 20:



Gọi $O = AC \cap BD$, $BD \cap MC = K$. Trong (SAC) : $SO \cap AN = I$.

Trong (SMC) : $SK \cap MN = J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{IA}{IN} = 2$.

K là trọng tâm tam giác ABC , lấy L là trung điểm KC . Ta có $MK = KL = LC$.

NL là đường trung bình của tam giác SKC nên $NL \parallel SK$, mà K là trung điểm ML nên

KJ là đường trung bình của tam giác MNL . Khi đó $\frac{JN}{JM} = 1 \Rightarrow \frac{IA}{IN} + \frac{JN}{JM} = 3$.

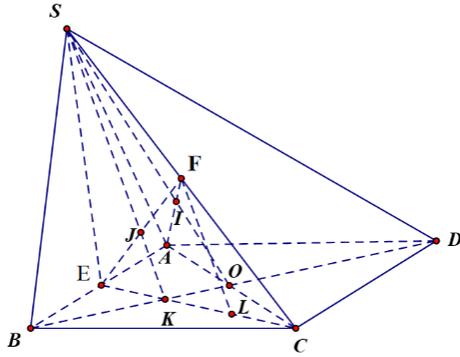
MÃ ĐỀ 2, 4

Câu 19:

$$S(t) = 40 \Leftrightarrow 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right| = 40 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{12} t = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{12} t = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow t = \pm 3 + 12k (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $0 \leq t \leq 12$ nên $t = 3$ hoặc $t = 9$, tức là tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà chung cư dài bằng chiều cao của toà chung cư.

Câu 20:



Gọi $O = AC \cap BD$, $BD \cap EC = K$. Trong (SAC) : $SO \cap AF = I$.

Trong (SEC) : $SK \cap EF = J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{IF}{IA} = \frac{1}{2}$.

K là trọng tâm tam giác ABC , lấy L là trung điểm KC . Ta có $EK = KL = LC$.

FL là đường trung bình của tam giác SKC nên $FL \parallel SK$, mà K là trung điểm EL nên KJ là đường trung bình của tam giác EFL . Khi đó $\frac{JF}{JE} = 1 \Rightarrow \frac{IF}{IA} - \frac{JF}{JE} = -\frac{1}{2}$.

Câu 5. Chứng minh đẳng thức lượng giác sau: $\sin^2 y + 2 \cos x \cos y \cos(x - y) = \cos^2 x + \cos^2(x - y)$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 & \text{Ta có: } \sin^2 y + 2 \cos x \cos y \cos(x - y) = \cos^2 x + \cos^2(x - y) \\
 & \Leftrightarrow 2 \cos x \cos y \cos(x - y) - \cos^2(x - y) = \cos^2 x - \sin^2 y \\
 & VT = 2 \cos x \cos y \cos(x - y) - \cos^2(x - y) \\
 & = \cos(x - y)[2 \cos x \cos y - \cos(x - y)] = \cos(x - y)[\cos x \cos y - \sin x \sin y] \quad (0,25đ) \\
 & = \cos(x - y) \cos(x + y) = \frac{1}{2}(\cos 2y + \cos 2x) \\
 & = \frac{1}{2}(1 - 2 \sin^2 y + 2 \cos^2 x - 1) = \cos^2 x - \sin^2 y
 \end{aligned}$$

(0,25đ)