

Câu 1: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức

$$A = x^2 - x + 5 \text{ và } B = (x-1)(x+2) - x(x-2) - 3x$$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$
- Chứng tỏ rằng $B = -2$ với mọi giá trị của biến x .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = A + B$.

Câu 2: (2,0 điểm).

Phân tích đa thức thành nhân tử:

- $x^2 - 8x$
- $x^2 - xy - 6x + 6y$.
- $x^2 - 6x + 9 - y^2$.
- $x^3 + y^3 + 2x + 2y$

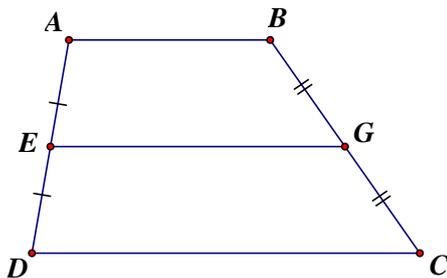
Câu 3: (1,5 điểm)

Tìm các số thực x , biết :

- $(2x - 3)^2 - 49 = 0$.
- $2x(x - 5) - 7(5 - x) = 0$
- $x^2 - 3x - 10 = 0$

Câu 4: (1,0 điểm)

Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel CD$, $AB = 5 \text{ cm}$, $CD = 7 \text{ cm}$. Tính EG .



Câu 5: (3,5 điểm)

Cho ΔABC có E là trung điểm của AC . Qua E kẻ $ED \parallel AB$ ($D \in BC$);

$EF \parallel BC$ ($F \in AB$)

- Chứng minh rằng tứ giác $BDEF$ là hình bình hành và D là trung điểm của đoạn thẳng BC .
- Gọi H là điểm đối xứng của D qua F . Chứng minh rằng $HB \parallel AD$.

c) Gọi I là trung điểm của HB ; K là giao điểm của AD và EF . Chứng minh rằng I, K, E thẳng hàng.

d) ΔABC cần có thêm điều kiện gì để $HF = \frac{AB}{2}$.

Câu 6: (0,5 điểm)

Tìm các cặp số $(x; y)$ biết : $y^4 + y^2 + x^2 - 8y - 4x + 2xy + 7 = 0$

∞HẾT∞

Câu 1: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức

$$A = x^2 - x + 5 \text{ và } B = (x-1)(x+2) - x(x-2) - 3x$$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 2$
- Chứng tỏ rằng $B = -2$ với mọi giá trị của biến x .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = A + B$.

Lời giải

a) Thay $x = 2$ vào biểu thức A

$$\text{Tính được } A = 2^2 - 2 + 5 = 7$$

b)

$$B = (x-1)(x+2) - x(x-2) - 3x$$

$$B = x^2 + 2x - x - 2 - x^2 + 2x - 3x$$

$$B = -2$$

c)

$$\text{Ta có } C = x^2 - x + 5 - 2 = x^2 - x + 3$$

$$C = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức C là $\frac{11}{4}$ tại $x = \frac{1}{2}$

Câu 2: (2,0 điểm).

Phân tích đa thức thành nhân tử :

- $x^2 - 8x$
- $x^2 - xy - 6x + 6y$.
- $x^2 - 6x + 9 - y^2$.
- $x^3 + y^3 + 2x + 2y$

Lời giải

$$\text{a) } x^2 - 8x = x(x-8)$$

$$\text{b) } x^2 - xy - 6x + 6y = (x^2 - xy) - (6x - 6y) = x(x-y) - 6(x-y) = (x-6)(x-y)$$

$$\text{c) } x^2 - 6x + 9 - y^2 = (x^2 - 6x + 9) - y^2 = (x-3)^2 - y^2 = (x-3-y)(x-3+y)$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x^3 + y^3 + 2x + 2y &= (x^3 + y^3) + (2x + 2y) \\ &= (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 2(x+y) = (x+y)(x^2 - xy + y^2 + 2) \end{aligned}$$

Câu 3: (1,5 điểm)

Tìm các số thực x , biết :

a) $(2x-3)^2 - 49 = 0$.

b) $2x(x-5) - 7(5-x) = 0$

c) $x^2 - 3x - 10 = 0$

Lời giải

a) $(2x-3)^2 - 49 = 0$.

$$\Leftrightarrow (2x-3)^2 - 7^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-3-7)(2x-3+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-10)(2x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-10=0 \\ 2x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy $x=5$; $x=-2$

b) $2x(x-5) - 7(5-x) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x(x-5) + 7(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(2x+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ 2x+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-\frac{7}{2} \end{cases} \quad \text{Vậy } x=5; x=-\frac{7}{2}$$

c) $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-5) + 2(x-5) = 0$$

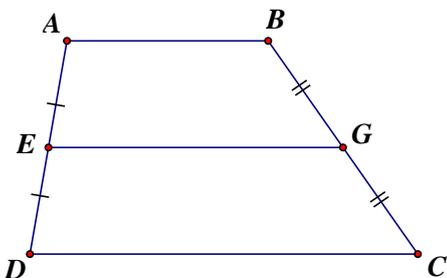
$$\Leftrightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy $x=5$; $x=-2$

Câu 4: (1 điểm) (Không phải vẽ lại hình).

Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel CD$, $AB = 5 \text{ cm}$, $CD = 7 \text{ cm}$. Tính EG .



Lời giải

Ta có $AB \parallel CD$ (gt) nên tứ giác $ABCD$ là hình thang.

Mà E, G lần lượt là trung điểm của AD, BC (gt)

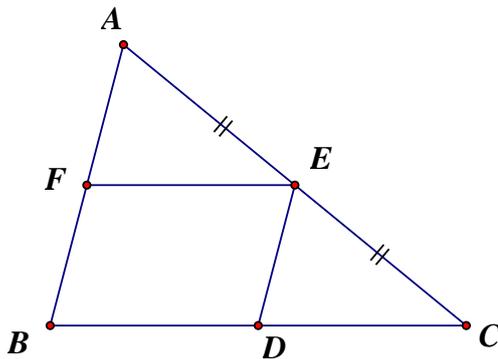
Suy ra EG là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

$$\Rightarrow EG = \frac{AB + CD}{2} = \frac{5 + 7}{2} = 6 \text{ cm.}$$

Câu 5: (3,5 điểm). Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm của AC . Qua E kẻ $ED \parallel AB$ ($D \in BC$);
 $EF \parallel BC$ ($F \in AB$)

a) Chứng minh rằng tứ giác $BDEF$ là hình bình hành và D là trung điểm của đoạn thẳng BC .

Lời giải



a) + Xét tứ giác $BDEF$ có: $EF \parallel BD$ (vì $EF \parallel BC$ - gt)

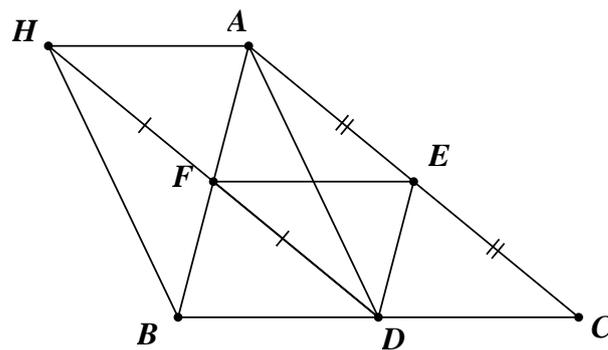
$$ED \parallel BF \text{ (vì } ED \parallel AB \text{ - gt)}$$

$\Rightarrow BDEF$ là hình bình hành (DHNB).

+ Xét $\triangle ABC$ có: E là trung điểm của AC và $ED \parallel BF$

Suy ra D là trung điểm của đoạn thẳng BC (định lý đường trung bình trong tam giác).

b)



$$\text{Vì } AE = EC = \frac{AC}{2}$$

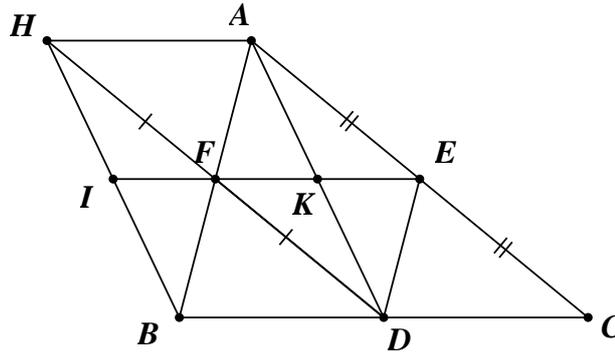
Và $EF \parallel BC$

$$\Rightarrow AF = FB = \frac{AB}{2}$$

Ta có: $AB \cap HD = \{F\}$, mà F là trung điểm của AB và HD

\Rightarrow tứ giác $AHBD$ là hình bình hành $\Rightarrow HB \parallel AD$ (đpcm).

c)



Ta có: FD là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \begin{cases} FD \parallel AC \\ FD = AE = \frac{1}{2} AC \end{cases}$$

\Rightarrow tứ giác $FDEA$ là hình bình hành.

$FD \cap EF = \{K\}$ (gt) $\Rightarrow K$ là trung điểm của AD .

Và I là trung điểm của HB .

$\Rightarrow IK$ là đường trung bình của hình bình hành $AHBD$.

$\Rightarrow IK \parallel BD$. (1)

Tương tự: I là trung điểm của HB

E là trung điểm của AC

$\Rightarrow IE$ là đường trung bình của hình thang $AHBC$

$\Rightarrow IE \parallel BC \Rightarrow IE \parallel BD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow I, K, E$ thẳng hàng. (đpcm)

d) Xét hình bình hành $AHBD$ có: $AB \cap HD = \{F\}$

$$\Rightarrow HF = FD = \frac{1}{2} HD$$

$$\text{Và } AF = FB = \frac{1}{2} AB$$

$$\text{Đề } HF = \frac{1}{2} AB \Rightarrow HD = AB$$

Hình bình hành $AHBD$ có hai đường chéo HD và AB bằng nhau

$\Rightarrow AHBD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AD \perp BD \Rightarrow AD$ là đường cao của $\triangle ABC$

Mặt khác, D là trung điểm của BC (theo cm câu a) $\Rightarrow AD$ là đường trung tuyến của $\triangle ABC$

$\triangle ABC$ có AD vừa là đường cao, vừa là trung tuyến $\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A .

Vậy, để $HF = \frac{1}{2} AB$ thì $\triangle ABC$ phải cân tại A

Câu 6: (0,5 điểm)

Tìm các cặp số $(x; y)$ biết: $y^4 + y^2 + x^2 - 8y - 4x + 2xy + 7 = 0$

Lời giải

$$y^4 + y^2 + x^2 - 8y - 4x + 2xy + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow y^4 - 2y^2 + 1 + 2(y^2 - 2y + 1) + x^2 + y^2 + 4 + 2xy - 4x - 4y = 0$$

$$\Leftrightarrow (y^2 - 1)^2 + 2(y - 1)^2 + (x + y - 2)^2 = 0$$

$$\text{NX: } (y^2 - 1)^2 \geq 0; 2(y - 1)^2 \geq 0; (x + y - 2)^2 \geq 0$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 \\ y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$$

Vậy $x = 1$ và $y = 1$

☞ HẾT ☞