PHÒNG GD&ĐT HUYỆN ĐAN PHƯỢNG

THCS.TOANMATH.com

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020 - 2021

MÔN TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+2\sqrt{3}$;

b) $B=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}+\sqrt[3]{27}$;

c) $C=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}.\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{x}{x-4}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$, $x\neq 4$

a) Tính giá trị của A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Bài 3. (2,0 điểm) Tìm x biết:

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

b) $\sqrt{x^2-10x+25}=6$

Bài 4. (4 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH $(H\in BC)$.

a) Biết $AB=12cm,\ BC=20cm$, Tính AC, AH và $\widehat{ABC}$ (làm tròn đến độ);

b) Kẻ HM vuông góc với AB tại M, HN vuông góc với AC tại N. Chứng minh: $AN.AC=AC^2-HC^2$;

c) Chứng minh: $AH=MN$ và $AM.MB+AN.NC=AH^2$;

d) Chứng minh: $\tan^3 C=\dfrac{BM}{CN}$.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{b}+1\right)\geq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}$.

HẾT

PHÒNG GD&ĐT HUYỆN ĐAN PHƯỢNG

THCS.TOANMATH.com

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020 - 2021

MÔN TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1.

a) $A=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+2\sqrt{3}$

$A=\left|2-\sqrt{3}\right|+2\sqrt{3}$

$A=2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

$A=2+\sqrt{3}$

b) $B=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}+\sqrt[3]{27}$

$B=\sqrt{9.2}-2\sqrt{25.2}+3\sqrt{4.2}+\sqrt[3]{3.3.3}$

$B=3\sqrt{2}-2.5\sqrt{2}+3.2\sqrt{2}+3$

$B=3\sqrt{2}-10\sqrt{2}+6\sqrt{2}+3$

$B=3-\sqrt{2}$

c) $C=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}.\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

$$C=\frac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}-\frac{2.5}{\sqrt{5}}+\sqrt{\frac{125}{5}}+\sqrt{2}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$C=\frac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2}-2\sqrt{5}+\sqrt{25}+\sqrt{5}$$

$$C=\frac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1}-2\sqrt{5}+5+\sqrt{5}$$

$$C=\frac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{4}-\sqrt{5}+5$$

$C=\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+5$

$C=6$

Bài 2.

a) Ta có $x=25$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+1}=\frac{5-3}{5+1}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Vậy khi $x = 25$ thì $A = \dfrac{1}{3}$

b) Với $x > 0$, $x \neq 4$, ta có:

$$B = \left(\frac{x}{x-4} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$= \left[\frac{x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}\right] . \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{x - \sqrt{x} - 2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} . \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

Vậy $B = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $x > 0$, $x \neq 4$,

c) với $x > 0$, $x \neq 4$, ta có

$$P = A.B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} . \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

Với $x \in \mathbb{Z}$, $x > 0$, $x \neq 4$,

+) Nếu $\sqrt{x}$ là số vô tỉ thì $\dfrac{3}{\sqrt{x}}$ là số vô tỉ nên P không là số nguyên (loại).

+) Nếu $\sqrt{x}$ là số nguyên nên P là số nguyên

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}}$ là số nguyên

$\Leftrightarrow \sqrt{x}$ là ước dương của 3

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{x} = 3 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \quad (\text{nhận}) \\ x = 9 \quad (\text{nhận}) \end{array}\right.$$

Vậy $x \in \{1; 9\}$ thì P có giá trị nguyên.

Bài 3.

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

Điều kiện: $x\ge -5$

Ta có:

$\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{4(x+5)}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9(x+5)}=12$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}-2\sqrt{x+5}+3\sqrt{x+5}=12$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+5}=4$

$\Leftrightarrow x+5=16$

$\Leftrightarrow x=11$ (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{11\}$.

b) $\sqrt{x^2-10x+25}=6$

Ta có:

$\sqrt{x^2-10x+25}=6$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2}=6$

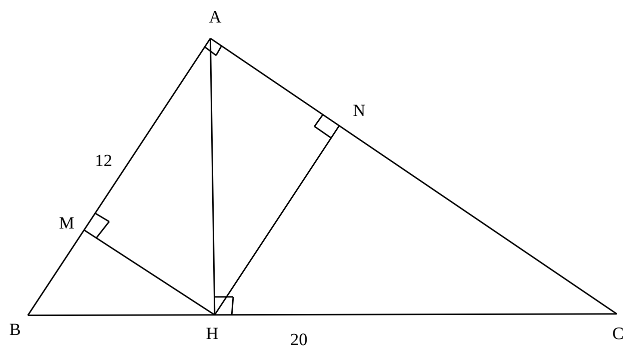
$\Leftrightarrow |x-5|=6$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-5=6 \\ x-5=-6 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=11 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{11;-1\}$.

Bài 4.



a) Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$BC^2=AB^2+AC^2$ (Định lý Pytago)

Hay $20^2=12^2+AC^2 \Rightarrow AC^2=20^2-12^2=16^2$ $\Rightarrow AC=16$ cm

Xét tam giác ABC vuông tại A đường cao AH

Ta có: $AB.AC=AH.BC$ (Hệ thức giữa đường cao và các cạnh góc vuông)

$\Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{12.16}{20} = 9,6$

Ta có: $\sin ABC = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{16}{20} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 53°$

Vậy $AC = 16$ cm, $AH = 9,6$ chứng minnh, $\widehat{ABC} \approx 53°$.

b) Xét ΔAHC đường cao HN

Có: $AN.AC = AH^2$ (Hệ thức giữa đường cao và các cạnh góc vuông) (1)

$AC^2 = AH^2 + HC^2$ (Định lý Pytago)

$\Rightarrow AH^2 = AC^2 - HC^2$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AN.AC = AC^2 - HC^2$

c) Ta có: $\widehat{MAN} = \widehat{ANH} = \widehat{AMH} = 90°$

$\Rightarrow ANHM$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AH = MN$

Xét ΔAHB, ΔAHC và ΔMHN có:

$$\begin{cases} AM.MB = MH^2 \\ AN.NC = HN^2 \\ MN^2 = HN^2 + HM^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow AM.MB + AN.NC = HN^2 + HM^2 = MN^2 = AH^2$

d) Xét tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ,ta có:

$$\begin{cases} AC^2 = CH.BC \\ AB^2 = BH.BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH.BC}{CH.BC} = \frac{BH}{CH} \qquad (3)$$

Lại có: $HM\ //\ AC \Rightarrow \dfrac{BM}{AM} = \dfrac{BH}{CH}$ (định lý talet) (4)

$$HN\ //\ AB \Rightarrow \frac{HN}{AB} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{NH}{CN} \qquad (5)$$

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \dfrac{AB^2.AB}{AC^2.AC} = \dfrac{BM}{AM}.\dfrac{NH}{CN}$ hay $\tan^3 C = \dfrac{AB^3}{AC^3} = \dfrac{BM}{CN}$

Bài 5.

Từ giả thiết $\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{b}+1\right) \ge 4 \Leftrightarrow \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b} + 1 \ge 4 \Leftrightarrow \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b} \ge 3$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số thực dương a, b: $a + b \ge 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$ (1)

Ta có $\left(\sqrt{a}-1\right)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{a} + 1 \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{a+1}{2} \ge \sqrt{a}$ (2)

Và $\left(\sqrt{b}-1\right)^2 \ge 0 \Leftrightarrow b - 2\sqrt{b} + 1 \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{b+1}{2} \ge \sqrt{b}$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta suy ra $\dfrac{a+b}{2} + \dfrac{a+1}{2} + \dfrac{b+1}{2} \ge \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2a+2b+2}{2} \geq \sqrt{ab}+\sqrt{a}+\sqrt{b}$

$\Leftrightarrow a+b+1 \geq \sqrt{ab}+\sqrt{a}+\sqrt{b}$

Mà $\sqrt{ab}+\sqrt{a}+\sqrt{b} \geq 3$ nên $a+b+1 \geq 3$ $\Leftrightarrow a+b \geq 2$.

$P=\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}=\left(\dfrac{a^2}{b}+b\right)+\left(\dfrac{b^2}{a}+a\right)-(a+b)$

Với a, b là các số thực dương ta áp dụng bất đẳng thức Cô-si:

$\Leftrightarrow P \geq 2\sqrt{\dfrac{a^2}{b}.b}+2\sqrt{\dfrac{b^2}{a}.a}-(a+b)$

$\Leftrightarrow P \geq 2a+2b-(a+b)$

$\Leftrightarrow P \geq a+b$

$\Leftrightarrow P \geq 2$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 2$ khi $a=b=1$.