

Bài 1: (2,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{x + 2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}} \text{ với } (x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9)$$

- Tính giá trị của A khi $x = 16$.
- Rút gọn biểu thức B
- Biết rằng $P = A : B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 2: (3,0 điểm) Giải các phương trình sau:

- $\sqrt{x - 5} = 2$
- $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$
- $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1$
- $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

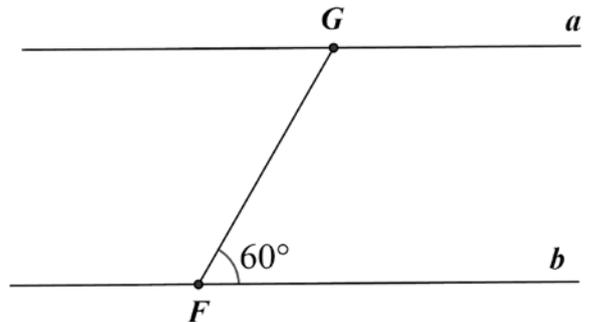
Bài 3: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$), đường cao AH ($H \in BC$). Vẽ phân giác AD của góc BAH ($D \in BH$). Cho M là trung điểm của BA .

- Cho $AC = 3\text{cm}$; $AB = 4\text{cm}$. Hãy giải tam giác ABC ?. Làm tròn đến độ
- Tính diện tích tam giác AHC
- Chứng minh rằng: $\frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC}$
- Gọi E là giao điểm của DM và AH . Chứng minh: $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle DEC}$

Bài 4: (1,0 điểm)

Một con thuyền ở địa điểm F di chuyển từ bờ sông b sang bờ sông a với vận tốc trung bình là 6 km/h , vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 5 phút. Biết đường đi của con thuyền là FG , tạo với bờ sông một góc 60° .

- Tính FG
- Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)



☞HẾT☞

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: a) Ta có $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{16 + 2\sqrt{16} + 5}{\sqrt{16} - 3} = \frac{29}{1} = 29$$

Vậy khi $x = 16$ thì $A = 29$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-9 - (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$, ($x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$)

c) Ta có

$$P = A : B = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}+1)^2+4}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}+1 + \frac{4}{\sqrt{x}+1}$$

Do $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương $\sqrt{x}+1$ và $\frac{4}{\sqrt{x}+1}$ ta có:

$$P = \sqrt{x}+1 + \frac{4}{\sqrt{x}+1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+1)\frac{4}{\sqrt{x}+1}} = 4$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \frac{4}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều

kiện)

Vậy min $P = 4$ khi $x = 1$

Bài 2: a) $\sqrt{x-5} = 2.$

Điều kiện xác định $x \geq 5$

Ta có: $\sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn $x \geq 5$)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9\}.$

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$

Ta có: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 5 \Leftrightarrow |x-3| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 5 \\ x-3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{8; -2\}.$

c) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1$

Ta có:

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = x + 1 \Leftrightarrow |2x-1| = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2x-1 = x+1 \\ 2x-1 = -x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = 0 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; 0\}.$

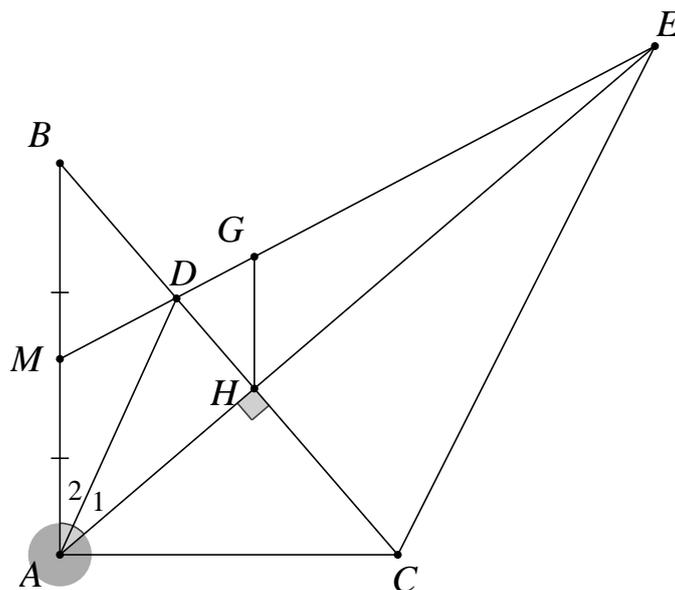
d) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

Ta có: $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{(2x-3)^2} \Leftrightarrow |x-2| = |2x-3|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 2x-3 \\ x-2 = -2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -1 \\ 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; \frac{5}{3}\right\}.$

Bài 3:



a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A (gt) có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lí Pytago)}$$

$$\Rightarrow 4^2 + 3^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 25$$

$$\Rightarrow BC = 5 \text{ (cm)}$$

$$\text{Ta có: } \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \widehat{B} \approx 37^\circ$$

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{C} \approx 53^\circ$$

b) Áp dụng hệ thức lượng vào $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4 \text{ (cm)}$$

$$\text{Lại có: } AC^2 = CH \cdot BC \Leftrightarrow CH = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \text{ (cm)}$$

Diện tích tam giác AHC là:

$$\frac{1}{2} \cdot HC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot 1,8 = 2,16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

c) Xét $\triangle ABH$ có phân giác AD (giả thuyết)

$$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{AH}{AB} \text{ (tính chất phân giác trong tam giác)}$$

$\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{HC}{AC} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} \left(= \frac{AH}{AB} \right) \text{ (đpcm)}$$

d) Kẻ $HG \parallel AB$

Xét $\triangle ABD$ có \widehat{ADC} là góc ngoài $\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{ABD} + \widehat{A_2}$

Mà $\widehat{DAC} = \widehat{A_1} + \widehat{HAC}$

Lại có $\widehat{ABD} = \widehat{HAC}$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{DAC}$$

$\Rightarrow \triangle ACD$ cân tại C (dnhb)

$\Rightarrow AC = DC$ (tính chất)

$$\Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HC}{AC} = \frac{HC}{DC} \quad (1)$$

Xét $\triangle AEM$, có $GH \parallel AB \Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{HG}{AM}$ (định lí Ta lét)

Vì M là trung điểm của AB (gt) $\Rightarrow AM = BM \Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{HG}{BM}$

Xét $\triangle DGH$, có $GH \parallel AB \Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{HG}{BM}$ (định lí Ta lét)

$$\Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{DH}{DB} \quad (2)$$

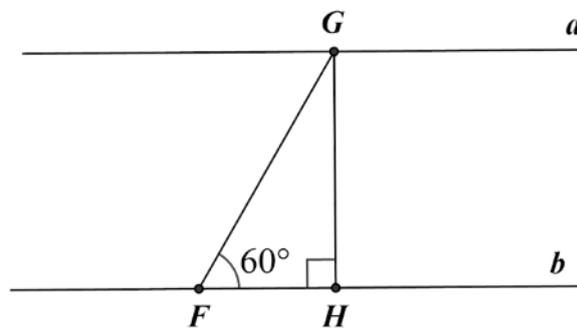
Từ (1); (2) $\Rightarrow \frac{HC}{DC} = \frac{HE}{AE} \Rightarrow HC \cdot AE = DC \cdot HE$

Ta có $S_{ACE} = \frac{1}{2} CH \cdot AE$, $S_{DEC} = \frac{1}{2} EH \cdot DC$

$$\Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{DEC}} = \frac{CH \cdot AE}{EH \cdot DC} = 1$$

Vậy $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle DEC}$

Bài 4:



a) FG là quãng đường đi được của thuyền. $FG = 6 \cdot \frac{5}{60} = 0,5 \text{ km} = 500 \text{ m}$.

b) Gọi GH là chiều rộng của khúc sông.

Xét $\triangle GHF$ vuông tại H, áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$GH = FG \cdot \sin \widehat{GFH} = 500 \cdot \sin 60^\circ = 500 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 250\sqrt{3} \approx 433 \text{ m}.$$

Vậy, chiều rộng của khúc sông xấp xỉ 433 m.

☞ HẾT ☞