

Bài 1: (2 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{25} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{27}$

b) $(5\sqrt{3} - \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}-1}$

c) $(\sqrt{6} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{8-2\sqrt{15}}$

Bài 2: (2 điểm) Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-3} = 2$

b) $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \sqrt{\frac{9}{25}(x-1)} = 3$

c) $9 + x - 6\sqrt{x} = -\sqrt{x-9}$

Bài 3: (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

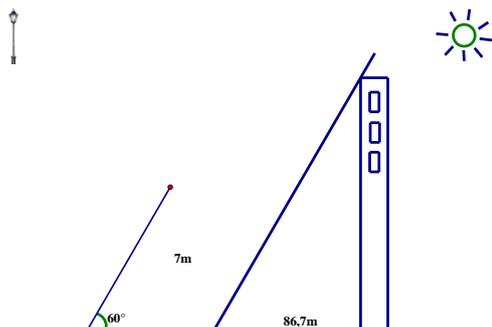
b) Tìm x biết $A = \frac{1}{3}$.

c) Cho biểu thức $B = A : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}} \right)$. Tìm m để phương trình $B = m$ có nghiệm.

Bài 4: (1,5 điểm) Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng 60° .

a) Tính độ dài bóng của một cột đèn trên mặt đất (Làm tròn đến mét), biết cột đèn cao 7 m.

b) Tại thời điểm đó, gần cột đèn có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất bằng 86,7 m. Tính số tầng của tòa nhà, biết mỗi tầng cao khoảng 3 m. (Coi như các tia sáng mặt trời là các đường thẳng song song).



Bài 5: (2,5 điểm) Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH .

a) Cho $AB = 5\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Tính BH (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

b) Kẻ $HD \perp AB$, $HE \perp AC$. Chứng minh: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

c) Nếu $\widehat{ACB} < 45^\circ$ và $\widehat{ACB} = \alpha$. Chứng minh: $2\cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: a) $\sqrt{25} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{27}$
 $= 5 + 2 + 3 = 10$

b) $(5\sqrt{3} - \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}-1}$
 $= (5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} + \frac{2 \cdot (\sqrt{3}+1)}{3-1} = (15-9) + \sqrt{3} + 1 = 7 + \sqrt{3}$

c) $(\sqrt{6} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{8-2\sqrt{15}}$
 $= \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$
 $= \sqrt{2} \cdot (5-3) = 2\sqrt{2}$

Bài 2: a) $\sqrt{x-3} = 2$ (điều kiện $x \geq 3$)
 $\Leftrightarrow x-3=4$
 $\Leftrightarrow x=7$ thỏa mãn điều kiện

Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x=7$

b) $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \sqrt{\frac{9}{25}(x-1)} = 3$ (điều kiện: $x \geq 1$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} - \frac{3}{5}\sqrt{x-1} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{5}\sqrt{x-1} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x-1 = \frac{25}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{41}{16} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x = \frac{41}{16}$.

c) $9+x-6\sqrt{x} = -\sqrt{x-9}$ (điều kiện: $x \geq 9$)

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)^2 + \sqrt{x-9} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-3=0 \\ \sqrt{x-9}=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=9 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x=9$.

Bài 3: a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được.

$$A = \frac{\sqrt{9}}{2-\sqrt{9}} = \frac{3}{2-3} = -3$$

$$\text{b) Ta có } A = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}-2+\sqrt{x}}{3(2-\sqrt{x})} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}-2}{3(2-\sqrt{x})} = 0 \Rightarrow 4\sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{4} \text{ thì } A = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{c) Ta có } B &= A : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}} \right) = \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} : \left[\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right] \\ &= \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} : \left[\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right] = \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} : \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}(2-\sqrt{x})}{(\sqrt{x}-3)} = \frac{x}{\sqrt{x}-3}, \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4, x \neq 9. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \frac{x}{\sqrt{x}-3} = m \Leftrightarrow x - m\sqrt{x} + 3m = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x} = t \quad (t \geq 0), \text{ ta có phương trình (1) trở thành: } t^2 - mt + 3m = 0 \quad (2)$$

$$\text{Có } \Delta = m^2 - 12m = m(m-12)$$

Để phương trình (1) có nghiệm thì phương trình (2) có nghiệm $t \geq 0, t \neq 2, t \neq 3$

Khi đó, ta có các trường hợp sau:

*TH1: Phương trình có nghiệm là 0, ta có

$$0^2 - m \cdot 0 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0$$

*TH2: Phương trình có nghiệm bằng 2 và một nghiệm không âm khác 3.

$$\text{Phương trình (2) có nghiệm bằng 2} \Leftrightarrow 4 - m \cdot 2 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = -4$$

Khi đó phương trình (2) có nghiệm thứ 2 là: $t = -6$ (không thỏa mãn điều kiện)

$$\Rightarrow m = -4 \text{ (loại)}$$

*TH3: Phương trình có một nghiệm bằng 3 và một nghiệm không âm khác 2.

$$\text{Phương trình (2) có nghiệm bằng 3} \Leftrightarrow 9 - m \cdot 3 + 3m = 0 \Leftrightarrow 9 = 0 \text{ (vô lý)}$$

\Rightarrow không có giá trị của m thỏa mãn.

*TH4: Phương trình có hai nghiệm trái dấu khác 2; 3, ta có

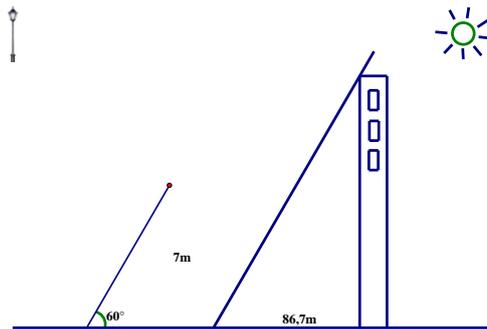
$$\begin{cases} 1.3m < 0 \\ 4 - m \cdot 2 + 3m \neq 0 \\ 9 - m \cdot 3 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -4 \end{cases}$$

*TH5: Phương trình có hai nghiệm dương khác 2; 3, ta có

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ m > 0 \\ 3m > 0 \\ 4 - m \cdot 2 + 3m \neq 0 \\ 9 - m \cdot 3 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 12 \\ m \leq 0 \\ m > 0 \\ m \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 12 \\ m \neq -4 \end{cases} \text{ thì phương trình } B = m \text{ có nghiệm.}$$

Bài 4:



Gọi các điểm như hình vẽ:

a) Từ hình vẽ ta thấy bóng cột đèn là đoạn AC .

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AC = AB \cdot \cot C \text{ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\text{Thay số: } AC = 7 \cdot \cot 60^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{3} \approx 4 \text{ (m)}$$

Vậy độ dài bóng của một cột đèn trên mặt đất là 4 (m)

b) Do các tia sáng song song với nhau nên $EF \parallel BC$

$$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{F} = 60^\circ \text{ (2 góc ở vị trí đồng vị)}$$

$$\text{Chiều cao của tòa nhà là: } ED = FD \cdot \tan F$$

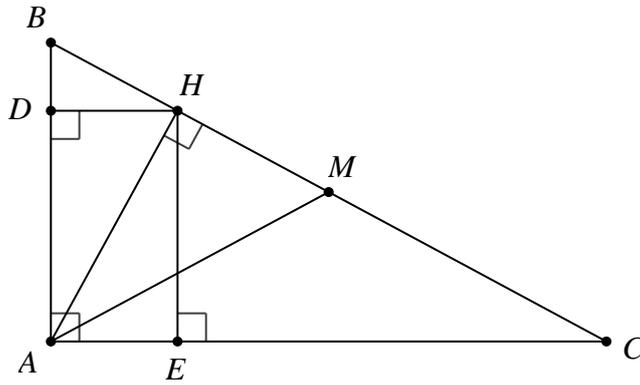
$$\text{Thay số: } ED = 86,7 \cdot \tan 60^\circ$$

$$ED \approx 150 \text{ (m)}$$

$$\text{Tòa nhà có số tầng là: } 150 : 3 = 50 \text{ (tầng)}$$

Vậy, tòa nhà đó có 50 tầng.

Bài 5:



a) ΔABC vuông tại A có $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{25}{13} \approx 1,923(cm)$

b) ΔAHB vuông tại H có $HD \perp AB \Rightarrow AH^2 = AD \cdot AE$

ΔAHC vuông tại H có $HE \perp AC \Rightarrow AH^2 = AE \cdot AC$

$\Rightarrow AD \cdot AB = AE \cdot AC$

c) Lấy M là trung điểm của BC .

ΔABC vuông tại A có AM là đường trung tuyến $\Rightarrow AM = MB = MC = \frac{BC}{2}$

$\Rightarrow \Delta MAC$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{AMH} = 2\widehat{ACB} = 2\alpha$

ΔAHM vuông tại $H \Rightarrow \cos \widehat{AMH} = \cos 2\alpha = \frac{HM}{AM}$

ΔABC vuông tại $A \Rightarrow \cos C = \cos \alpha = \frac{AC}{BC}$

$$\begin{aligned} 2\cos^2 \alpha - 1 &= \frac{2AC^2}{BC^2} - 1 = \frac{2AC^2 - BC^2}{BC^2} = \frac{AC^2 - AB^2}{BC^2} = \frac{CH \cdot BC - BH \cdot BC}{BC^2} \\ &= \frac{CH - BH}{BC} = \frac{2HM}{2AM} = \frac{HM}{AM} = \cos 2\alpha \end{aligned}$$

$\Rightarrow 2\cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$ (đpcm)

☞ HẾT ☞