

Bài 1. (2 điểm):

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2\sqrt{x}+12}{x-4} + \frac{4}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$.

- Tính giá trị của A khi $x = 25$
- Rút gọn biểu thức B.
- Đặt $P = A \cdot B$. Tìm giá trị của x để biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 2. (2 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:*

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định với một vận tốc xác định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 15 km/h thì sẽ đến B sớm 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 5 km/h thì sẽ đến B muộn 1 giờ so với dự định. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 3. (2 điểm):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = x + 6$ và parabol (P): $y = 2x^2$

- Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ tọa độ Oxy
- Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) với (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài 4. (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại D. Vẽ OM vuông góc với BC tại M.

- Chứng minh tứ giác AOMD nội tiếp.
- Tia OM cắt đường tròn (O) tại điểm N, AN và BC cắt nhau tại I. Chứng minh AN là tia phân giác của góc $\widehat{BAC}$ và $AD = DI$
- Tia phân giác của $\widehat{ABC}$ cắt AN tại H. Giả sử dây AB cố định và điểm C di chuyển trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Chứng tỏ điểm H luôn nằm trên một đường tròn cố định.

Bài 5. (0,5 điểm): Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

----- Chúc con làm bài tốt -----

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh:Lớp: 9.....

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Bài	Câu	Đáp án	Điểm																					
Bài 1 (2,0 điểm)	a)	Tính giá trị của A khi x = 25	0,5																					
		Thay x = 25 (tmdk) vào biểu thức A	0,25																					
		$A = \frac{\sqrt{25}+7}{\sqrt{25}-2} = \frac{12}{3} = 4$	0,25																					
	b)	Rút gọn biểu thức B	0,75																					
		$B = \frac{2\sqrt{x}+12}{x-4} + \frac{4}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}+12-4(\sqrt{x}+2)+\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25																					
		$= \frac{2\sqrt{x}+12-4\sqrt{x}-8+x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25																					
		$= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,25																					
	c)	Đặt P = A.B. Tìm giá trị của x để biểu thức P có giá trị nguyên.	0,75																					
		$P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}+2} > 1$	0,25																					
		$P = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}+2} \leq 3,5$. Mà P ∈ Z. Vậy P ∈ {2; 3}	0,25																					
	Giải tìm được x = 9 ; x = $\frac{1}{4}$ (tmdk)	0,25																						
Bài 2 (2,0 điểm)		Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:	2,0																					
		Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h) Gọi thời gian dự định đi hết quãng đường AB là y (h) Đk: x > 5; y > 2 Lưu ý: hs đặt đk x > 0, y > 0 thì chưa cho hs nhưng không trừ điểm	0,25																					
		Khi đó quãng đường AB dài là: xy (km)	0,25																					
		*TH1: Vận tốc của ô tô là x + 15 (km/h) Thời gian đi hết quãng đường AB là y - 2 (h) Quãng đường AB dài là: (x + 15)(y - 2) (km) nên ta có phương trình: (x + 15)(y - 2) = xy (1)	0,5																					
		*TH2: Vận tốc của ô tô là x - 5 (km/h) Thời gian đi hết quãng đường AB là y + 1 (h) Quãng đường AB dài là: (x - 5)(y + 1) (km) nên ta có phương trình: (x - 5)(y + 1) = xy (2)	0,25																					
		Từ (1) và (2) ta có hệ pt: $\begin{cases} (x + 15)(y - 2) = xy \\ (x - 5)(y + 1) = xy \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 15y = 30 \\ x - 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 8 \end{cases}$ (tmdk)	0,5																					
		Vậy quãng đường AB dài 360 (km)	0,25																					
	Bài 3 (2,0 điểm)	a)	Vẽ đường thẳng (d): y = x + 6 và parabol (P): y = 2x ²	1,0																				
			<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>-6</td><td></td><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>y = x+6</td><td>6</td><td>0</td><td></td><td>y = 2x²</td><td>8</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td></td></tr></table>	x	0	-6		x	-2	-1	0	1	2		y = x+6	6	0		y = 2x ²	8	2	0	2	8
x	0	-6		x	-2	-1	0	1	2															
y = x+6	6	0		y = 2x ²	8	2	0	2	8															

			0,5
	b)	Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) với (P). Tính diện tích ΔOAB.	1,0
		Xét pt hoành độ giao điểm của (d) và (P): $2x^2 = x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 6 = 0$	0,25
		Giải tìm được A(-1,5 ; 4,5) và B(2; 8)	0,25
		Đường thẳng (d) cắt trục Oy tại C. Tìm được tọa độ điểm C(0, 6) và OC = 6 Vẽ AH, BK vuông góc với Oy và tìm được AH = 1,5, BK = 2	0,25
		$S_{\Delta OAB} = S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} OC \cdot AH + \frac{1}{2} OC \cdot BK$ $= 0,5 \cdot 6 \cdot (1,5 + 2) = 10,5 \text{ (đvdt)}$	0,25
Bài 4 (3,5 điểm)		Vẽ hình đến câu a 	0,25
	a)	Chứng minh tứ giác AOMD nội tiếp.	1,25
		AD là tiếp tuyến của (O) tại A (gt) $\Rightarrow AD \perp OA \Rightarrow \widehat{DAO} = 90^\circ$	0,25
		Tứ giác ADMO có: $\widehat{DAO} + \widehat{DMO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Mà 2 góc ở vị trí đối nhau $\Rightarrow$ Tứ giác ADMO nội tiếp	0,5 0,25 0,25
	b)	Tia OM cắt đường tròn (O) tại điểm N, AN và BC cắt nhau tại I. Chứng minh AN là tia phân giác của góc $\widehat{BAC}$ và AD = DI	1,25
		(O): OM $\perp$ dây BC, OM cắt (O) tại N $\Rightarrow \widehat{BN} = \widehat{CN}$	0,25
		$\Rightarrow \widehat{BAN} = \widehat{NAC}$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau) $\Rightarrow$ AN là tia phân giác của góc $\widehat{BAC}$	0,25

		Xét (O) có $\widehat{DAN} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AN} = \frac{1}{2} (sđ \widehat{AB} + sđ \widehat{BN}) \text{ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung AN)}$ $\widehat{BIA} = \frac{1}{2} (sđ \widehat{AB} + sđ \widehat{CN}) \text{ (góc có đỉnh ở trong đường tròn chắn cung AN và cung CN)}$ Mà $\widehat{BN} = \widehat{CN}$ $\Rightarrow \widehat{DAN} = \widehat{BIA} \text{ hay } \widehat{DAI} = \widehat{DIA} \Rightarrow \Delta ADI \text{ cân tại D} \Rightarrow AD = DI$	0,25 0,25 0,25
	c)	Chứng tỏ điểm H luôn nằm trên một đường tròn cố định.	0,75
		Kéo dài CH cắt đường tròn (O) tại K ΔABC có hai tia phân giác AI, BH cắt nhau tại H $\Rightarrow CH$ là phân giác $\Rightarrow \widehat{ACH} = \widehat{HCB}$ $\Rightarrow \widehat{AK} = \widehat{BK}$ (2 cung bị chắn của 2 góc nội tiếp bằng nhau) $\Rightarrow K$ là điểm chính giữa của cung AB cố định (do dây AB cố định) $\Rightarrow K$ cố định	0,25
		$\widehat{KAH} = \frac{1}{2} (sđ \widehat{BK} + sđ \widehat{BN}) \text{ (góc nội tiếp)}$ $\widehat{KHA} = \frac{1}{2} (sđ \text{cung } \widehat{AK} + sđ \text{cung } \widehat{CN}) \text{ (góc có đỉnh ở trong đg tròn)}$ $\Rightarrow \widehat{KAH} = \widehat{KHA} \Rightarrow \Delta AKH$ cân tại K $\Rightarrow KH = KA$ không đổi (do A, K cố định)	0,25
		Vậy điểm H luôn nằm trên một đường tròn (K; KA) cố định	0,25
Bài 5 (0,5 điểm)		Áp dụng bất Cô si cho các số dương $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y+z}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{x^2}{y+z} \cdot \frac{y+z}{4}} = x$ $\frac{y^2}{z+x} + \frac{z+x}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{y^2}{z+x} \cdot \frac{z+x}{4}} = y$ $\frac{z^2}{x+y} + \frac{x+y}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{z^2}{x+y} \cdot \frac{x+y}{4}} = z$ $P \geq x + y + z - \frac{x+y+z}{2} = \frac{x+y+z}{2} = 1$	0,25
		$\text{Min } P = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{y+z} = \frac{y+z}{4} \\ \frac{y^2}{z+x} = \frac{z+x}{4} \\ \frac{z^2}{x+y} = \frac{x+y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{2}{3}$	0,25

***Lưu ý:** Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tương đương