

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức: $A = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{6+8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 25$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Cho $P = B : A$ So sánh P với \sqrt{P}

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Để chuẩn bị cho kỉ niệm ngày Quốc tế Phụ nữ 8/3, liên đội trường THCS Hoàng Hoa Thám giao nhiệm vụ mỗi lớp chăm sóc công trình măng non của lớp mình phụ trách. Công trình măng non của hai chi đội 9A và 9B là vệ sinh khu B của trường. Biết rằng nếu cả hai chi đội cùng làm thì sau 4 giờ sẽ xong công việc. Nếu chi đội 9A làm một mình trong hai giờ, chi đội 9B làm một mình trong 4 giờ thì xong được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi nếu mỗi chi đội làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc?

Bài III (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\sqrt{x+2} + \frac{2}{y-3} = 6 \\ \sqrt{x+2} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases}$$

2) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng (d) và Parabol (P) bằng phép tính. Tính diện tích tam giác AOB.

Bài IV (3,5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Kéo dài AH cắt đường tròn tại K, cắt BC tại M

a) Chứng minh tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AE \cdot AB = AD \cdot AC$

c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng KD với đường tròn. Chứng minh $\triangle HMD \sim \triangle EBD$ và BQ đi qua trung điểm cạnh DE.

Bài V (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $2ab + 6bc + 2ac = 7abc$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c}$.

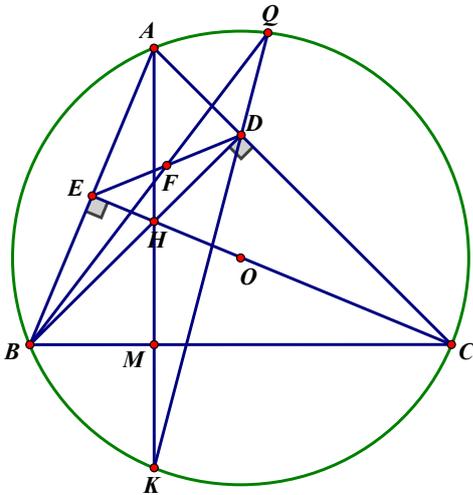
.....HẾT!

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KÌ II – TOÁN 9 (2022_2023)

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
I (2 điểm)	1)	Thay $x = 25$ (t/m) vào biểu thức A ta được $A = \frac{3(\sqrt{25}-3)}{\sqrt{25}+3} = \frac{3}{4}$ Vậy với $x = 25$ thì $A = \frac{3}{4}$	0,5
	2)	$B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{6+8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,5
		$= \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{6+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,25
3)	$P = B : A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} : \frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ \sqrt{P} xác định $\Leftrightarrow P \geq 0$ TH1: $P = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = 0 \Leftrightarrow x = 0(TM)$ suy ra $P = \sqrt{P}$	0,25	
	TH1: $P = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = 0 \Leftrightarrow x = 0(TM)$ suy ra $P = \sqrt{P}$ TH2: $P > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} > 0 \Leftrightarrow x > 9$ Với $x > 9$ ta có $P^2 - P = \frac{x}{(\sqrt{x}-3)^2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)^2} > 0$ Suy ra $P^2 > P$ hay $P > \sqrt{P}$ KL:	0,25	
II (2 điểm)		Gọi thời gian chi đội 9A, 9B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (giờ) ($x, y > 4$)	0,25
		Mỗi giờ chi đội 9A làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc) Mỗi giờ chi đội 9B làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc)	0,25

	<p>Hai chi đội làm trong 4 giờ thì xong công việc nên mỗi giờ hai đội làm được số phần công việc là $\frac{1}{4}$ (công việc)</p> <p>Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$</p> <p>2 giờ chi đội 9A làm được số phần công việc là: $\frac{2}{x}$ (công việc)</p> <p>4 giờ chi đội 9B làm được số phần công việc là: $\frac{4}{y}$ (công việc)</p> <p>Thì hai chi đội làm xong được $\frac{2}{3}$ công việc nên ta có phương trình</p> $\frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3}$												
	$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} \text{(TM)}$	0,25											
	<p>Vậy chi đội 9A làm một mình thì 6 giờ xong công việc, chi đội 9B làm một mình thì 12 giờ xong công việc</p>	0,25											
<p style="text-align: center;">III (2,0 điểm)</p>	$\begin{cases} 4\sqrt{x+2} + \frac{2}{y-3} = 6 \\ \sqrt{x+2} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases} \quad \text{ĐK: } x \geq -2; y \neq 3$ <p>Đặt $a = \sqrt{x+2}; b = \frac{2}{y-3} (a \geq 0; b \neq 0)$</p>	0,25											
	$\begin{cases} 4a + 2b = 6 \\ a - 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25											
	<p>1) $\begin{cases} \sqrt{x+2} = 1 \\ \frac{1}{y-3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \text{(TM)}$</p>	0,25											
	<p>Vậy hpt có nghiệm $(x; y) = (-1; 4)$</p>	0,25											
	<p>a) Vẽ (P) $y = x^2$ và (d) $y = x + 2$.</p> <p>Bảng giá trị</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$y = x^2$</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	$y = x^2$	4	1	0	1	4
x	-2	-1	0	1	2								
$y = x^2$	4	1	0	1	4								

		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>$y = x + 2$</td> <td>2</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	0	-2	$y = x + 2$	2	0	
x	0	-2							
$y = x + 2$	2	0							
		HS vẽ đúng đồ thị	0,25						
	2)	<p>a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:</p> $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$ <p>$x = 2$ suy ra $y = 4$</p> <p>Thay $x = -1$ suy ra $y = 1$</p> <p>Vậy: Tọa độ các giao điểm của (P) và (D) là: $(2;4)$; $(-1;1)$.</p>	0,25						
		Tính được $S_{\Delta AOB} = 3$	0,25						
IV(3,5 điểm)		Vẽ hình đúng ý a)	0,25						
	a	$\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ suy ra tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.	1						
	b	Tứ giác BEDC nội tiếp suy ra $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$	0,5						
		suy ra $\Delta AED \sim \Delta ACB (g - g) \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AE \cdot AB = AD \cdot AC$	0,5						
	c	Chứng minh tứ giác MHDC nội tiếp suy ra $\widehat{HDM} = \widehat{HCM} = \widehat{EDB}$	0,5						
Mà $\widehat{MHD} = 180^\circ - \widehat{DCB} = \widehat{BED}$ suy ra $\Delta HMD \sim \Delta EBD (g - g)$									
	$\Rightarrow \frac{HM}{EB} = \frac{HD}{ED}$								
	Gọi F là trung điểm ED								



	<p>Ta có $\widehat{HCM} = \widehat{HAB}; \widehat{BAK} = \widehat{BCK} \Rightarrow \widehat{HCM} = \widehat{BCK}$</p> <p>Mà $AK \perp BC$ suy ra M là trung điểm HK</p> <p>Có $\frac{HM}{HD} = \frac{EB}{ED} \Rightarrow \frac{2HM}{HD} = \frac{EB}{ED} = \frac{HK}{HD} = \frac{EB}{EM}$</p> <p>$\triangle BEF \sim \triangle KHD (c - g - c) \Rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{HKD} = \widehat{ABQ}$ suy ra B, F, K thẳng hàng</p>	0,5
V (0,5 điểm)	<p>Chia cả hai vế cho $abc > 0 \Rightarrow \frac{2}{c} + \frac{6}{a} + \frac{2}{b} = 7$</p> <p>đặt $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow \begin{cases} x, y, z > 0 \\ 2z + 6x + 2y = 7 \end{cases}$</p> <p>Khi đó $C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c} = \frac{4}{2x+y} + \frac{9}{4x+z} + \frac{4}{y+z}$</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow C = \frac{4}{2x+y} + 2x + y + \frac{9}{4x+z} + 4x + z + \frac{4}{y+z} + y + z$</p> <p>$-(2x + y + 4x + z + y + z)$</p> <p>$= \left(\frac{2}{\sqrt{x+2y}} - \sqrt{x+2y} \right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{4x+z}} - \sqrt{4x+z} \right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{y+z}} - \sqrt{y+z} \right)^2 + 7$</p> <p>$\geq 7$</p> <p>Khi $x = \frac{1}{2}, y = z = 1$ thì $C = 7$</p> <p>Vậy GTNN của C là 7 khi $a = 2; b = 1; c = 1$</p>	0,25