

Câu 1 (3,0 điểm). Giải các phương trình sau

- $4\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = 2;$
- $\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0.$

Câu 2 (2,5 điểm).

- Một bình chứa 15 quả cầu, với 4 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 6 quả cầu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đủ ba màu.
- Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
Tìm n , biết $a_0 + a_1 + a_2 = 129$.

Câu 3 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Ox và phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{1}{2}$, (O là gốc tọa độ).

Câu 4 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và P là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BP = 3PC$.

- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (SCD) .
- Tìm giao điểm của đường thẳng MP và mặt phẳng (SBD) .

Câu 5 (0,5 điểm). Cho $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ và $k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$. Chứng minh $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$.

Từ đó chứng minh đẳng thức

$$\binom{1}{n}^2 + \binom{2}{n}^2 + \binom{3}{n}^2 + \binom{4}{n}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2 = n^2 C_{2n-2}^{n-1}.$$

----- **Hết** -----

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM ĐỀ THI HỌC KÌ I MÔN TOÁN LỚP 11
ĐỀ BAN A (ngày thi: 19/12/2014)

BÀI	NỘI DUNG	ĐIỂM
1		3,0
1	$4\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = 2$; (1,5 điểm)	
	$4\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = 2 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0$ (*) Nhận xét: $\cos x = 0$ không thỏa mãn phương trình (*).	0,25
	Với $\cos x \neq 0$. Phương trình (*) $\Leftrightarrow 2\tan^2 x + 2\tan x - 4 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$	0,5
2	$\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$. (1,5 điểm)	
	ĐK: $\cos x \neq 0, \tan x \neq -\sqrt{3}$.	0,25
	(2) $\Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0,5
	Đối chiếu ĐK suy ra nghiệm $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$	0,25
2		2,5
1	Trong một bình chứa 15 quả cầu ... (1,5 điểm)	
	Lấy 4 quả trong 15 quả, số cách $C_{15}^4 = 1365 \Rightarrow \Omega = 1365$	0,5
	Gọi A là là biến cố chọn được 3 màu Lập luận để có $ \Omega_A = C_4^2 C_5^1 C_6^1 + C_4^1 C_5^2 C_6^1 + C_4^1 C_5^1 C_6^2 = 720$	0,75
	Vậy $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{720}{1365} = \frac{48}{91}$	0,25
2	$(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \dots$ (1,0 điểm)	
	Ta có $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k$ nên $a_0 + a_1 + a_2 = 129 \Leftrightarrow C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 129$	0,5
	$\Leftrightarrow 1 + 2n + 2n(n-1) = 129 \Leftrightarrow n = 8$	0,5
3	(C): $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$.	1,0
	(C) có tâm $I(4; -2)$, bán kính $R=2$.	0,25
	${}_{Ox} \circlearrowleft (I) = I_1 \Rightarrow I_1(4; 2)$	0,25

	$V_{\left(0; \frac{1}{2}\right)}(I_1) = I' \Rightarrow \overline{OI'} = \frac{1}{2} \overline{OI_1} \Rightarrow I'(2;1)$	0,25
	Vậy (C') có tâm $I'(2;1)$, bán kính $R'=1 \Rightarrow (C'): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$.	0,25
4	Cho hình chóp $S.ABCD$	3,0
	1 Xác định giao tuyến $d = (MNP) \cap (SCD) \dots$ (1,5 điểm)	
	Trong $mp(SBC)$: gọi $Q = NP \cap SC$.	0,5
	Nêu được $MN \parallel CD$.	0,5
	Chứng tỏ được $d = (MNP) \cap (SCD)$ thỏa mãn $d \parallel CD, Q \in d$	0,5
	<i>Ghi chú: Học sinh cũng có thể tìm được giao điểm R của đường thẳng MP với mp(SCD). Khi đó $(MNP) \cap (SCD) = QR$.</i>	
	2 $MP \cap (SBD) \dots$ (1,5 điểm)	
	Xét $MP \subset (SAP)$. Chỉ ra $(SAP) \cap (SBD) = SO, (O = AP \cap BD)$	0,5
	Gọi $E = MP \cap SO$.	0,5
	Chứng tỏ được $E = MP \cap (SBD)$	0,5
5	$(C_n^1)^2 + (2C_n^2)^2 + (3C_n^3)^2 + (4C_n^4)^2 + \dots + (nC_n^n)^2 = n^2 C_{2(n-1)}^{n-1}$	0,5
	Ta có: $kC_n^k = k \frac{n!}{k!(n-k)!} = n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = nC_{n-1}^{k-1}$	0,25
	$\Rightarrow VT = n^2 \left((C_{n-1}^0)^2 + (C_{n-1}^1)^2 + (C_{n-1}^2)^2 + (C_{n-1}^3)^2 + \dots + (C_{n-1}^{n-1})^2 \right)$	
	Chứng minh $(C_{n-1}^0)^2 + (C_{n-1}^1)^2 + (C_{n-1}^2)^2 + (C_{n-1}^3)^2 + \dots + (C_{n-1}^{n-1})^2 = C_{2n-2}^{n-1}$	0,25

----- HẾT -----