

Câu 1 (1,0 điểm): Xác định a, b, c để parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua 3 điểm $A(1;4)$, $B(-1;20)$ và $C(2;2)$.

Câu 2 (2,0 điểm): Cho phương trình $(m-2)x^2 - (2m+6)x + m+2 = 0$ (*)

- Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $x = 2$. Hãy tính nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1^2x_2 - 2x_1x_2^2 = 14$

Câu 3 (2,25 điểm):

a. Tìm m để hệ phương trình:
$$\begin{cases} (m-1)x + (2m+2)y = m+3 \\ (m+1)x + (4m+4)y = 5m-3 \end{cases}$$
 có vô số nghiệm.

b. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = -5 \\ x^2y + xy^2 + xy = -12 \end{cases}$$

Câu 4 (0,75 điểm): Cho $2 \leq x \leq 5$. Tìm GTNN của hàm số $f(x) = (2-x)\sqrt{(5-x)}$

Câu 5 (3,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(3;2)$, $B(-2;6)$, $C(-1;5)$

- Tính độ dài các cạnh và diện tích ΔABC .
- Tìm tọa độ chân đường cao H hạ từ B của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng $(d): y = 3x + 1$ sao cho $AM = 8$ biết điểm M có hoành độ dương.

Câu 6 (1,0 điểm): Cho tam giác ABC có $AB = 10; AC = 6; \widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC và độ dài đường cao AH của tam giác ABC .

----- Hết -----

<p>Hệ có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} D = 0 \\ D_x = 0 \Leftrightarrow m = 3 \\ D_y = 0 \end{cases}$</p>	0,5 đ
<p>b (1,0 đ). Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = -5 \\ x^2y + xy^2 + xy = -12 \end{cases} (I)$. Đặt $S = x + y$; $P = xy$</p> <p>(I) trở thành: $\begin{cases} S^2 + P = -5 \\ SP + P = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = -5 - S^2 \\ SP + P = -12 \end{cases} (1)$</p> <p>(1) $\Leftrightarrow S(-5 - S^2) + (-5 - S^2) = -12$ $\Leftrightarrow S = 1 \Rightarrow P = -6$ $\Rightarrow x, y$ là nghiệm của phương trình</p> <p>$X^2 - X - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 3 \\ X = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$</p>	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
<p>Câu 4 (0,75 điểm): Cho $2 \leq x \leq 5$. Tìm GTNN của hàm số $f(x) = (2-x)\sqrt{(5-x)}$</p> <p>$f(x) = -2\sqrt{\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)(5-x)}$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 3 số không âm $\frac{1}{2}x-1$; $\frac{1}{2}x-1$; $5-x$</p> <p>Ta có: $\left(\frac{1}{2}x-1\right) + \left(\frac{1}{2}x-1\right) + (5-x) \geq 3\sqrt{\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)(5-x)}$</p> <p>$\Leftrightarrow 1 \geq \left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)(5-x) \Leftrightarrow 2 \geq -f(x)$</p> <p>$\Leftrightarrow f(x) \geq -2$</p> <p>Vậy $\min_{x \in [2;5]} f(x) = 2$ khi $x = 4$</p>	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ (không chỉ ra x không được điểm)
<p>Bài 5 (3,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ΔABC với $A(3;2)$, $B(-2;6)$, $C(-1;5)$</p>	
<p>a. (1,25 điểm) Tính độ dài các cạnh và diện tích ΔABC.</p> <p>$\overline{AB} = (-5;4) \Rightarrow AB = \sqrt{41}$</p> <p>$\overline{AC} = (-4;3) \Rightarrow AC = 5$</p> <p>$\overline{BC} = (1;-1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}$</p> <p>$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{1}{2}$</p>	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ (công thức 0,25, kết quả 0,25)
<p>b. (0,75 điểm) Tìm tọa độ chân đường cao H hạ từ B của ΔABC.</p> <p>Gọi $H(x; y)$ là chân đường cao H hạ từ B</p> <p>$\overline{BH} = (x+2; y-6)$; $\overline{AC} = (-4;3)$; $\overline{AH} = (x-3; y-2)$</p>	0,5 đ

<p>Ta có $\begin{cases} BH \perp AC \\ \overline{AH}, \overline{AC} \text{ cp} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(-4) + 3(y-6) = 0 \\ -4(y-2) = 3(x-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 3y = 26 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{53}{25} \\ y = \frac{146}{25} \end{cases}$.</p> <p>Vậy $H\left(-\frac{53}{25}; \frac{146}{25}\right)$</p>	0,25 đ
<p>c. (1,0 điểm) Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng $(d): y = 3x + 1$ sao cho $AM = 8$ biết điểm M có hoành độ dương.</p> <p>Gọi $M(x_M; y_M)$.</p> <p>Ta có $\begin{cases} M \in (d) \\ AM = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 3x_M + 1 \\ \sqrt{(x_M - 3)^2 + (y_M - 2)^2} = 8 \end{cases} \quad (1)$</p> <p>$(1) \Leftrightarrow (x_M - 3)^2 + (3x_M - 1)^2 = 64$</p> <p>$\Leftrightarrow 10x_M^2 - 12x_M - 54 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 & (n) \\ x_M = -\frac{9}{5} & (l) \end{cases}$. Vậy $M(3; 10)$</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Bài 6 (1,0 điểm): Cho tam giác ABC có $AB = 10; AC = 6; \widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC và độ dài đường cao AH của tam giác ABC.</p> <p>Ta có</p> <p>$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 76 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$</p> <p>$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = 15\sqrt{3}$</p> <p>$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow AH = \frac{2S}{BC} = \frac{30\sqrt{3}}{2\sqrt{19}} = \frac{15\sqrt{57}}{19}$</p>	<p>0,5 đ (công thức</p> <p>0,25, kết quả 0,25)</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>