SỞ GDKHCN BẠC LIÊU	**KIỂM TRA HỌC KÌ II NĂM HỌC 2019 – 2020**
	Môn kiểm tra: TOÁN 12
ĐỀ CHÍNH THỨC	*Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề*
(Đề gồm có 07 trang)	**Mã đề 207**

Họ, tên học sinh: ....; Số báo danh: ....

Câu 1: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính $A=|z_1|+|z_2|$.

A. 20. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 10. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 2: Các căn bậc hai của số thực -7 là

A. $-\sqrt{7}$. **B.** $\pm i\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\pm 7i$.

Câu 3: Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ là

A. $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $x+\frac{\sin 2x}{2}+C$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$. **D.** $\frac{x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{6}{\cos^2 x}$ là

A. $6\cot x+C$. **B.** $6\tan x+C$. **C.** $-6\cot x+C$. **D.** $-6\tan x+C$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=3-4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;0;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;-4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;0;4)$.

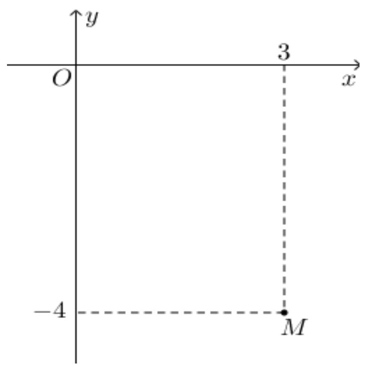
Câu 7: Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $\int_{-1}^{2} f(x)dx=6$ thì $\int_{0}^{1} f(3x-1)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 18. **D.** 3.

Câu 8: Tích phân $\int_0^1 x^{2020}dx$ có kết quả là

A. $\frac{1}{2020}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2021}$.

Câu 9: Số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b.



A. $a=-4,\ b=3$. **B.** $a=3,\ b=4$. **C.** $a=3,\ b=-4$. **D.** $a=-4,\ b=-3$.

Câu 10: Cho số phức $z = 5 - 3i + i^2$. Khi đó môđun của số phức z là

A. $|z| = \sqrt{29}$. **B.** $|z| = 3\sqrt{5}$. **C.** $|z| = 5$. **D.** $|z| = \sqrt{34}$.

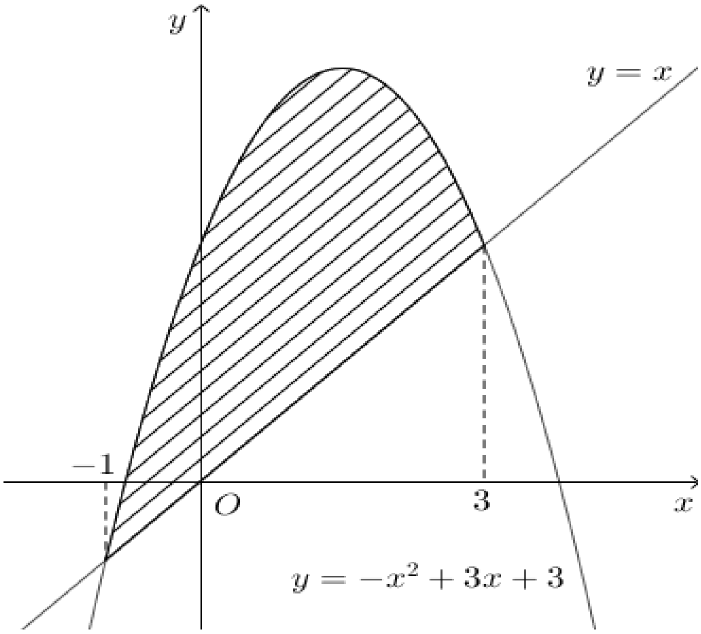
Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4} + C$. **B.** $4^{x+1} + C$. **C.** $\dfrac{4^{x+1}}{x+1} + C$. **D.** $4^x \ln 4 + C$.

Câu 12: Hình (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ và trục Ox. Khi quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích tính bằng công thức sau

A. $V = \pi\int_a^b |f(x)|dx$. **B.** $V = \pi\int_a^b f(x)dx$. **C.** $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$. **D.** $V = \int_a^b f(x)dx$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau bằng



A. $S = \int_{-1}^{3} (-x^2 + 2x + 3)dx$. **B.** $S = \int_{-1}^{3} (x^2 - 2x - 3)dx$.

C. $S = \int_{-1}^{3} (-x^2 + 2x - 3)dx$. **D.** $S = \int_{-1}^{3} (-x^2 + 4x + 3)dx$.

Câu 14: Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 - 4f(x)]dx$ bằng

A. 144. **B.** -144. **C.** 34. **D.** -34.

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\overline{z} - 1 - 3i = 0$. Phần thực của số phức $w = 1 - iz + z$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 4.

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $F(x) = \tan x + C$. **B.** $F(x) = \cos x + C$. **C.** $F(x) = -\cos x + C$. **D.** $F(x) = -\cos x + C$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=5-4t\\z=-6+7t\end{cases}$ và điểm $A(-1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d là

A. $3x-4y+7z-10=0$.
B. $3x-4y+7z-10=0$.
C. $2x+5y-6z+10=0$.
D. $-x+2y+3z-10=0$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=3-i$. Số phức $2z_1-\overline{z_2}$ có phần ảo bằng

A. 1.
B. 3.
C. 7.
D. 5.

Câu 19: Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. . $\int 5f(x)dx=5\int f(x)dx$
B. $\int f(x).g(x)dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.
C. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.
D. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;4;-1)$ và $A(0;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=2\sqrt{6}$.
B. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=2\sqrt{6}$.
C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=24$.
D. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=24$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-2)$ có phương trình là

A. $3x-y-2z-1=0$.
B. $x-2y+2z+1=0$.
C. $3x-y-2z+1=0$.
D. $x-2y+2z-1=0$.

Câu 22: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3x+2}$ trên khoảng $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$ là

A. $\ln(3x+2)+C$.
B. $\dfrac{1}{3}\ln(3x+2)+C$.
C. $-\dfrac{1}{3(3x+2)^2}+C$.
D. $-\dfrac{1}{(3x+2)^2}+C$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1;-3;1)$.
B. $(-1;-3;-1)$.
C. $(1;-3;1)$.
D. $(-1;3;-1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+3=0$ tại điểm $H(0;-1;0)$ là

A. $-x+y+z+1=0$.
B. $-x+y-1=0$.
C. $x-y+z-1=0$.
D. $-x+y+1=0$.

Câu 25: Điểm biểu diễn của số phức $z=(2-i)^2$ là

A. $(3;-4)$.
B. $(3;4)$.
C. $(-3;4)$.
D. $(-3;-4)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(1;2;-3)$ và $B(2;-1;1)$ là

A. $(3;1;-2)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-1\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-2\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};2\right)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+2z-3=0$ là

A. $11x-7y-2z+21=0$. **B.** $11x-7y-2z-21=0$.

C. $5x+3y-4z=0$. **D.** $x+7y-2z+13=0$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=1-i$. Tính z_1-z_2.

A. $-2i$. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 29: Môđun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z=2-i$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;0;5)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;0)$. **B.** $(0;-2;3)$. **C.** $(1;0;3)$. **D.** $(1;-2;0)$.

Câu 32: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_2^5 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 4. **D.** -3.

Câu 33: Số phức liên hợp của số phức $z=6-8i$ là

A. $6+8i$. **B.** $-6-8i$. **C.** $8-6i$. **D.** $-6+8i$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z-(1+2i)\bar{z}=7-i$. Tìm môđun của z.

A. $|z|=\sqrt{3}$. **B.** $|z|=1$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$ và $\Delta':\begin{cases}x=3+2t'\\y=1-t'\\z=-3\end{cases}$. Vị trí tương đối của Δ và Δ' là

A. Δ cắt Δ'. **B.** Δ và Δ' chéo nhau. **C.** $\Delta // \Delta'$. **D.** $\Delta \equiv \Delta'$.

Câu 36: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức $w=(1+2i)z$.

A. -4. **B.** 4. **C.** $4i$. **D.** 7.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x)=2x-1$ và $f(0)=1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. 2. **B.** $-\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{1}{6}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=2-t\end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc Δ?

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(-1;-4;3)$. **C.** $(-1;1;-2)$. **D.** $(2;-2;4)$.

Câu 39: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $3x+2y-z+1=0$ là

A. $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;2;1)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(4;1;0)$ là

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Câu 42: Biết $\int f(x)dx=F(x)+C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)dx=F(b).F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx=F(b)+F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx=F(a)-F(b)$.

Câu 43: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|\le 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+i\sqrt{8}\right)z-1$ là hình tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I\left(0;\sqrt{8}\right),R=3$. **B.** $I\left(0;\sqrt{8}\right),R=6$. **C.** $I\left(-1;\sqrt{8}\right),R=2$. **D.** $I\left(0;-\sqrt{8}\right),R=6$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+9y-9z-123=0$. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) là

A. 96. **B.** 144. **C.** 120. **D.** 124.

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $|z+4+i|+|z-4-3i|=10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z+3-7i|$. Khi đó M^2+m^2 bằng

A. 90. **B.** $\frac{405}{4}$. **C.** 100. **D.** $\frac{645}{4}$.

Câu 46: Cho $F(x)=4^x$ là một nguyên hàm của hàm số $2^x.f(x)$. Tích phân $\int_0^1 \frac{f'(x)}{\ln^2 2}dx$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 2}$. **B.** $-\frac{4}{\ln 2}$. **C.** $-\frac{2}{\ln 2}$. **D.** $\frac{4}{\ln 2}$.

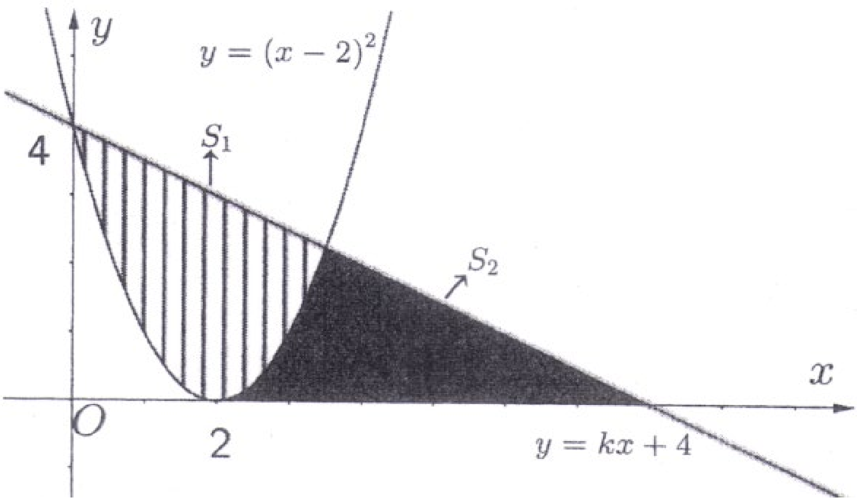
Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $(f'(x))^2+4(6x^2-1).f(x)=40x^6-44x^4+32x^2-4, \forall x\in[0;1]$. Tích phân $\int_0^1 xf(x)dx$ bằng

A. $-\frac{13}{15}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{13}{15}$. **D.** $-\frac{5}{12}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha):3x-4y+z-12=0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất là

A. $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2-t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2+t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4-t \\ y=-2+t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 49: Đường thẳng $y=kx+4$ cắt parabol $y=(x-2)^2$ tại hai điểm phân biệt và diện tích các hình phẳng S_1, S_2 bằng nhau như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $k\in(-6;-4)$. **B.** $k\in(-2;-1)$. **C.** $k\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $k\in\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = y \\ z = m + t \end{cases}$. Tổng các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 3. **D.** -4.

-------------- HẾT -------------

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Chữ ký của cán bộ coi kiểm tra 1: ……………; Chữ ký của cán bộ coi kiểm tra 2: ……………

Câu hỏi \ Mã đề	123	207	345	469
1	A	D	B	A
2	C	B	A	C
3	B	D	D	D
4	B	C	B	A
5	C	B	A	B
6	C	A	B	B
7	B	A	B	A
8	B	D	B	B
9	A	C	C	B
10	A	C	A	B
11	B	A	B	D
12	A	C	B	C
13	D	A	B	C
14	B	D	B	B
15	C	B	B	B
16	D	D	C	B
17	A	A	B	B
18	C	D	B	C
19	D	B	A	B
20	D	D	B	B
21	C	A	A	D
22	A	B	C	A
23	B	B	A	D
24	C	D	D	D
25	C	A	D	C
26	C	B	B	B
27	A	B	A	C
28	C	B	A	C
29	D	B	C	C
30	A	D	A	D
31	D	B	C	C
32	D	A	C	D
33	A	A	C	A
34	D	D	A	B
35	D	D	C	D
36	C	B	D	D
37	A	C	D	D
38	C	B	C	A
39	C	D	B	D
40	C	A	C	D
41	A	B	B	D
42	D	A	C	D
43	B	B	B	A
44	C	C	B	C
45	B	B	C	B
46	D	A	B	C
47	D	B	C	C
48	A	B	B	B
49	D	D	C	D
50	D	B	D	A

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẠC LIÊU

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	C	B	A	A	D	C	C	A	C	A	D	B	D	A	D	B	D	A	B	B	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	B	D	B	A	A	D	D	B	C	B	D	A	B	A	B	C	B	A	B	B	D	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính $A=|z_1|+|z_2|$.

A. 20. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 10. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Ta có $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow z^2+2z+1=-9 \Leftrightarrow (z+1)^2=(3i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-1+3i \\ z_2=-1-3i \end{array}\right.$

Suy ra $|z_1|=|z_2|=\sqrt{10}$.

Vậy $A=|z_1|+|z_2|=2\sqrt{10}$.

Cách 2. Ngoài ra, ta cũng có thể sử dụng nhanh máy tính cầm tay để tìm nghiệm của phương trình $z^2+2z+10=0$.

Câu 2. Căn bậc hai của số thực -7 là

A. $-\sqrt{7}$. **B.** $\pm i\sqrt{7}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\pm 7i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-7=7i^2=\left(\sqrt{7}i\right)^2=\left(-\sqrt{7}i\right)^2$ nên -7 có hai căn bậc hai là các số phức $\pm\sqrt{7}i$.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=2-3i$ nên phần ảo của số phức $z=2-3i$ là -3.

Câu 4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ là

A. $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $x+\frac{\sin 2x}{2}+C$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$. **D.** $\frac{x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \cos^2 x\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x\right)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{6}{\cos^2 x}$ là

A. $6\cot x+C$. **B.** $6\tan x+C$. **C.** $-6\cot x+C$. **D.** $-6\tan x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\frac{6}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=6\tan x+C$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=3-4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(1;0;-4)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;-1;4)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;0;4)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=3-4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;0;-4)$.

Câu 7. Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_{0}^{1} f(3x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3x-1 \Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$

Đổi cận:

x	0	1
t	-1	2

Khi đó $\int_{0}^{1} f(3x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_{-1}^{2} f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}.6=2$.

Câu 8. Tích phân $\int_{0}^{1} x^{2020}\mathrm{d}x$ có kết quả là

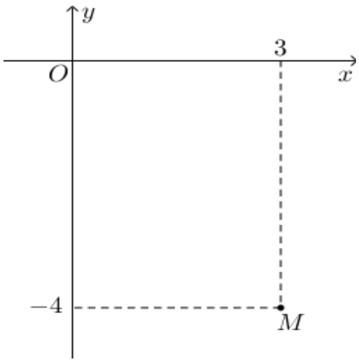
A. $\frac{1}{2020}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2021}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{0}^{1} x^{2020}\mathrm{d}x=\left.\frac{x^{2021}}{2021}\right|_0^1=\frac{1}{2021}$.

Câu 9. Số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b.



A. $a=-4,\ b=3$. **B.** $a=3,\ b=4$. **C.** $a=3,\ b=-4$. **D.** $a=-4,\ b=-3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10. Cho số phức $z=5-3i+i^2$. Khi đó môđun của số phức z là

A. $|z|=\sqrt{29}$. **B.** $|z|=3\sqrt{5}$. **C.** $|z|=5$. **D.** $|z|=\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=5-3i+i^2=4-3i$. $z=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Câu 11. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4^x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4}+C$. **B.** $4^{x+1}+C$. **C.** $\dfrac{4^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $4^x\ln 4+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$ nên $\int 4^x\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 4}+C$.

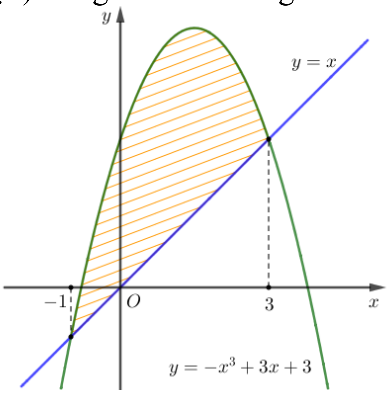
Câu 12. Hình $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)$, $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$ và trục Ox. Khi quay $\left(H\right)$ quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích tính bằng công thức sau

A. $V=\pi\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Diện tích hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau bằng



A. $S=\int\limits_{-1}^{3}\left(-x^2+2x+3\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{3}\left(x^2-2x-3\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{3}\left(-x^2+2x-3\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^{3}\left(-x^2+4x+3\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy $-x^2+3x+3\ge x,\exists x\in\left[-1;3\right]$ nên ta có diện tích miền phẳng (gạch sọc) là

$$S=\int\limits_{-1}^{3}\left|\left(-x^2+3x+3\right)-x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{3}\left|-x^2+2x+3\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{3}\left(-x^2+2x+3\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 14. Cho $\int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=10$. Khi đó $\int\limits_2^5\left[2-4f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 144. **B.** -144. **C.** 34. **D.** -34.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_2^5\left[2-4f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_2^5\mathrm{d}x-4\int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2x\Big|_2^5-4.10=-34$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $\left(1+i\right)\bar{z}-1-3i=0$. Phần thực của số phức $w=1-iz+z$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(1+i\right)\bar{z}-1-3i=0\Leftrightarrow\bar{z}=\dfrac{1+3i}{1+i}=\dfrac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{1-i+3i-3i^2}{1-i^2}=\dfrac{4+2i}{2}=2+i$.

$\Rightarrow z=2-i\Rightarrow w=1-iz+z=1-2i+i^2+2-i=2-3i$.

Câu 16. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ là

A. $F(x)=\tan x+C$. **B.** $F(x)=\cos x+C$.
C. $F(x)=-\cos x+C$. **D.** $F(x)=-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int \sin xdx=-\cos x+C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=5-4t\\z=-6+7t\end{cases}$ và điểm $A(-1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d là

A. $3x-4y+7z-10=0$. **B.** $3x-4y+7z-10=0$.
C. $2x+5y-6z+10=0$. **D.** $-x+2y+3z-10=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(3;-4;7)$.

Mặt phẳng đi qua $A(-1;2;3)$ và vuông góc với d, nhận $\vec{u}_d=(3;-4;7)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình là: $3(x+1)-4(y-2)+7(z-3)=0\Leftrightarrow 3x-4y+7z-10=0$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=3-i$. Số phức $2z_1-\overline{z}_2$ có phần ảo bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2z_1-\overline{z}_2=2(2+3i)-(3+i)=1+5i$.

Vậy, số phức $2z_1-\overline{z}_2$ có phần ảo bằng 5.

Câu 19. Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int 5f(x)dx=5\int f(x)dx$. **B.** $\int f(x).g(x)dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.
C. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng tính chất của nguyên hàm, ta có đáp án B là sai.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;4;-1)$ và $A(0;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=2\sqrt{6}$. **B.** $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=2\sqrt{6}$.
C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=24$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(-2;-2;4)\Rightarrow IA=\left|\overrightarrow{IA}\right|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+4^2}=\sqrt{24}$.

Mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A nên bán kính của mặt cầu bằng $IA=\sqrt{24}$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=24$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-2)$ có phương trình là

A. $3x-y-2z-1=0$. **B.** $x-2y+2z+1=0$.
C. $3x-y-2z+1=0$. **D.** $x-2y+2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình của mặt phẳng (P) qua $A(1;-2;2)$ với véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-2)$ là
$3(x-1)-(y+2)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-y-2z-1=0$.

Câu 22. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3x+2}$ trên khoảng $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$ là

A. $\ln(3x+2)+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln(3x+2)+C$. **C.** $-\dfrac{1}{3(3x+2)^2}+C$. **D.** $-\dfrac{1}{(3x+2)^2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Với $x\in\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$ thì $3x+2>0$, ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{3x+2}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\ln|3x+2|+C=\dfrac{1}{3}\ln(3x+2)+C$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1;-3;1)$. **B.** $(-1;-3;-1)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(-1;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0-1;-1-2;2-3)=(-1;-3;-1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+3=0$ tại điểm $H(0;-1;0)$ là

A. $-x+y+z+1=0$. **B.** $-x+y-1=0$. **C.** $x-y+z-1=0$. **D.** $-x+y+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+3=0$ có tâm $I(1;-2;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{IH}=(-1;1;0)$.

Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm $H(0;-1;0)$ là mặt phẳng đi qua $H(0;-1;0)$ và nhận $\overrightarrow{IH}=(-1;1;0)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$-1(x-0)+1(y+1)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow -x+y+1=0.$$

Câu 25. Điểm biểu diễn của số phức $z=(2-i)^2$ là

A. $(3;-4)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(-3;4)$. **D.** $(-3;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(2-i)^2=4-4i+i^2=4-4i-1=3-4i$.

Suy ra điểm biểu diễn của số phức z là $(3;-4)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(1;2;-3)$ và $B(2;-1;1)$ là

A. $(3;1;-2)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{3}{2};-2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{-3}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ là trung điểm của AB khi đó ta có $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1+2}{2}=\dfrac{3}{2} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{2-1}{2}=\dfrac{1}{2} \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{-3+1}{2}=-1 \end{cases}$.

Suy ra $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+2z-3=0$ là

A. $11x-7y-2z+21=0$.
B. $11x-7y-2z-21=0$.
C. $5x+3y-4z=0$.
D. $x+7y-2z+13=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+2z-3=0$.

Mặt phẳng $x+y+2z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;2)$; $\overrightarrow{AB}=(1;3;-5)$.

$\Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của (α) là $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(11;-7;-2)$.

Vậy (α): $11(x-2)-7(y+1)-2(z-4)=0 \Leftrightarrow 11x-7y-2z-21=0$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=1-i$. Tính z_1-z_2.

A. $-2i$.
B. $2i$.
C. 2.
D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1-z_2=(1+i)-(1-i)=2i$.

Câu 29. Môđun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z=2-i$ bằng

A. $\sqrt{2}$.
B. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.
C. 3.
D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$(1+i)z=2-i$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{2-i}{1+i}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$

$|z|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;0;5)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. 4.
B. $\dfrac{8}{3}$.
C. $\dfrac{4}{3}$.
D. $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$d(M,(P))=\dfrac{|0+2.0+2.5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{7}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;0)$.
B. $(0;-2;3)$.
C. $(1;0;3)$.
D. $(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có hình chiếu của $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oyz) có tọa độ là $(0;-2;3)$.

Câu 32. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_2^5 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2.
B. -2.
C. 4.
D. -3.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 3 + (-1) = 2$.

Câu 33. Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 8i$ là

A. $6 + 8i$. **B.** $-6 - 8i$. **C.** $8 - 6i$. **D.** $-6 + 8i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phức $z = a + bi$ sẽ có số phức liên hợp là $\overline{z} = a - bi$.

Do đó số phức liên hợp của $z = 6 - 8i$ là $\overline{z} = 6 + 8i$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z - (1+2i)\overline{z} = 7 - i$. Tìm môđun của z.

A. $|z| = \sqrt{3}$. **B.** $|z| = 1$. **C.** $|z| = 2$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$ khi đó $\overline{z} = a - bi$.

Ta có $(2+3i)z - (1+2i)\overline{z} = 7 - i$

$\Leftrightarrow (2+3i)(a+bi) - (1+2i)(a-bi) = 7 - i$

$\Leftrightarrow a - 5b + (a+3b)i = 7 - i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 5b = 7 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

Số phức $z = 2 - i$ nên $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = -3 \end{cases}$. Vị trí tương đối của Δ và Δ' là

A. Δ cắt Δ'. **B.** Δ và Δ' chéo nhau.

C. $\Delta // \Delta'$. **D.** $\Delta \equiv \Delta'$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;-1;0)$ và qua $N(1;2;-3)$, đường thẳng Δ' có VTCP $\overrightarrow{u_{\Delta'}} = (2;-1;0)$ và qua $M(3;1;-3)$.

Xét $\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_{\Delta'}}\right] = \vec{0}$ suy ra Δ và Δ' có thể song song hoặc trùng.(Có thể dùng $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{u_{\Delta'}}$)

Thay tọa độ $N(1;2;-3)$ vào Δ' ta được $\begin{cases} 1 = 3 + 2t' \\ 2 = 1 - t' \\ -3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow t' = -1$ hay $N(1;2;-3)$ thuộc Δ'.

Vậy $\Delta \equiv \Delta'$.

Câu 36. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1+2i)z$.

A. -4. **B.** 4. **C.** $4i$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = (1+2i)z = (1+2i)(3-2i) = 7 + 4i$.

Suy ra phần ảo của w là 4.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x - 1$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. 2. **B.** $-\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int(2x-1)\mathrm{d}x=x^2-x+C \Rightarrow f(0)=C=1$.

$$\Rightarrow f(x)=x^2-x+1 \Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(x^2-x+1\right)\mathrm{d}x=\left.\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x\right)\right|_0^1=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+1=\frac{5}{6}.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1+3t\\ z=2-t\end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc Δ ?

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(-1;-4;3)$. **C.** $(-1;1;-2)$. **D.** $(2;-2;4)$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy với $t=-1$ thay vào đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2(-1)=-1\\ y=-1+3(-1)=-4\\ z=2-(-1)=3\end{cases} \Rightarrow M(-1;-4;3)\in\Delta$.

Câu 39. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi$ quay quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x dx=\pi\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}dx=\pi\left.\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x\right)\right|_0^{\pi}=\pi\left(\frac{1}{2}\pi-0\right)=\frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $3x+2y-z+1=0$ là

A. $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $3x+2y-z+1=0$ là $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(4;1;0)$ là

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\overrightarrow{AB}(1;2;-2)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(4;1;0)$ nhận véctơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ có phương trình là : $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 42. Biết $\int f(x)dx=F(x)+C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)dx=F(b).F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx=F(b)+F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx=F(a)-F(b)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa, ta có : $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| \le 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \left(1 + i\sqrt{8}\right)z - 1$ là hình tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I\left(0;\sqrt{8}\right), R = 3$. **B.** $I\left(0;\sqrt{8}\right), R = 6$. **C.** $I\left(-1;\sqrt{8}\right), R = 2$. **D.** $I\left(0;-\sqrt{8}\right), R = 6$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $w = a + bi \ (a;b \in \mathbb{R})$

Ta có: $w = \left(1 + i\sqrt{8}\right)z - 1$ nên $z = \dfrac{w+1}{1+\sqrt{8}i}$

Vì $|z-1| \le 2$ nên

$$\left|\frac{w+1}{1+\sqrt{8}i} - 1\right| \le 2 \Leftrightarrow \left|\frac{w+1}{1+\sqrt{8}i} - \frac{1+\sqrt{8}i}{1+\sqrt{8}i}\right| \le 2 \Leftrightarrow \left|\frac{w+\sqrt{8}i}{1+\sqrt{8}i}\right| \le 2 \Leftrightarrow \frac{\left|w+\sqrt{8}i\right|}{\left|1+\sqrt{8}i\right|} \le 2$$

$$\Leftrightarrow \left|w+\sqrt{8}i\right| \le 2.\left|1+\sqrt{8}i\right| \Leftrightarrow \left|w+\sqrt{8}i\right| \le 6 \Leftrightarrow \left|a + \left(b-\sqrt{8}\right)i\right| \le 6 \Leftrightarrow a^2 + \left(b-\sqrt{8}\right)^2 \le 36$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \left(1 + i\sqrt{8}\right)z - 1$ là hình tròn có tâm và bán kính lần lượt là: $I\left(0;\sqrt{8}\right), R = 6$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 9y - 9z - 123 = 0$. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc mặt cầu (S) là

A. 96. **B.** 144. **C.** 120. **D.** 124.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu (S) là khoảng cách từ $I(1;-2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + 9y - 9z - 123 = 0$

Nên $R = \dfrac{|2.1 + 9.(-2) - 9.3 - 123|}{\sqrt{2^2 + 9^2 + (-9)^2}} = \sqrt{166}$

Do đó phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 166$

Ta có $166 = 3^2 + 6^2 + 11^2 = 6^2 + 7^2 + 9^2 = 2^2 + 9^2 + 9^2$

Do bộ số $(|x-1|;|y+2|;|z-3|)$ là một hoán vị của bộ ba số $(3\ ;\ 6\ ;\ 11)$, có tất cả 6 hoán vị như vậy.

Với mỗi bộ hoán vị $(3\ ;\ 6\ ;\ 11)$ cho ta hai giá trị x, hai giá trị y, hai giá trị z tức là có $2.2.2 = 8$ bộ $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ là phân biệt nên theo quy tắc nhân có tất cả $6.8 = 48$ điểm có toạ độ nguyên thuộc mặt cầu (S).

Tương tự với bộ số $(6\ ;\ 7\ ;\ 9)$ cũng có 48 điểm có toạ độ nguyên thuộc mặt cầu (S).

Với bộ số $(2\ ;\ 9\ ;\ 9)$ chỉ có 3 hoán vị là $(2\ ;\ 9\ ;\ 9)$; $(9\ ;\ 2\ ;\ 9)$; $(9\ ;\ 9\ ;\ 2)$. Và mỗi hoán vị như vậy lại có 8 bộ $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ là phân biệt nên theo quy tắc nhân có tất cả $3.8 = 24$ điểm có toạ độ nguyên thuộc mặt cầu (S).

Vậy có tất cả $48 + 48 + 24 = 120$ điểm có toạ độ nguyên thuộc mặt cầu (S).

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 4 + i| + |z - 4 - 3i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z + 3 - 7i|$. Khi đó $M^2 + m^2$ bằng

A. 90. **B.** $\frac{405}{4}$. **C.** 100. **D.** $\frac{645}{4}$.

Lời giải

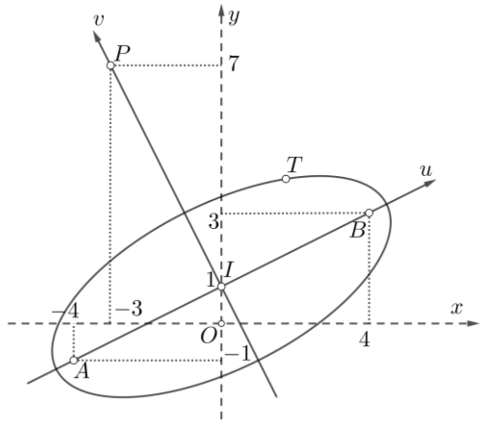
Chọn B

Trong mặt phẳng phức với hệ trục tọa độ Oxy, gọi $T(x;y)$, $A(-4;-1)$, $B(4;3)$ và $P(-3;7)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z, $-4-i$, $4+3i$ và $-3+7i$.

Khi đó giả thiết $|z+4+i|+|z-4-3i|=10$ được viết lại thành $TA+TB=10$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của TP.

Ta có $AB=4\sqrt{5}$ nên tập hợp tất cả các điểm T thỏa mãn $TA+TB=10$ là một đường elip có tiêu cự $2c=4\sqrt{5}$ và độ dài trục lớn $2a=10$.

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó $I(0;1)$, $IP=3\sqrt{5}$ và $IP\perp AB$ vì $\overrightarrow{IP}.\overrightarrow{AB}=0$.



Chọn lại hệ trục tọa độ mới Iuv với gốc tọa độ là I, tia Iu trùng với tia IB và tia Iv trùng với tia IP. Đối với hệ trục tọa độ Iuv, ta có $I(0;0)$, $A\left(-2\sqrt{5};0\right)$, $B\left(2\sqrt{5};0\right)$, $P\left(0;3\sqrt{5}\right)$ và $T(u;v)$.

Elip có $a=5,\ c=2\sqrt{5}$ nên $b=\sqrt{5}$ và phương trình của elip là $\frac{u^2}{25}+\frac{v^2}{5}=1.$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $TP=\sqrt{u^2+\left(v-3\sqrt{5}\right)^2}$.

Từ phương trình của elip $\frac{u^2}{25}+\frac{v^2}{5}=1$, ta đặt $u=5\cos t,\ v=\sqrt{5}\sin t,\ t\in[0;2\pi]$.

Khi đó

$$TP=\sqrt{25\cos^2 t+5(\sin t-3)^2}=\sqrt{25\cos^2 t+5\sin^2 t-30\sin t+45}$$
$$=\sqrt{20\cos^2 t-30\sin t+50}=\sqrt{-20\sin^2 t-30\sin t+70}$$

Xét hàm số $f(k)=-2k^2-3k+7$ trên đoạn $[-1;1]$, ta có bảng biến thiên như sau:

k	-1	$-\frac{3}{4}$	1
$f(k)$	8 ↗	$\frac{65}{8}$ ↘	2

Từ bảng biến thiên trên, ta được $\sqrt{20}\le TP=\sqrt{10f(\sin t)}\le\sqrt{\frac{325}{4}}$. Dễ dàng kiểm tra các dấu đẳng thức xảy ra nên $M=\sqrt{\frac{325}{4}}$, $m=\sqrt{20}$ và $M^2+m^2=\frac{325}{4}+20=\frac{405}{4}$.

Câu 46. Cho $F(x)=4^x$ là một nguyên hàm của hàm số $2^x.f(x)$. Tích phân $\int_0^1\frac{f'(x)}{\ln^2 2}dx$ bằng

A. $\dfrac{2}{\ln 2}$. **B.** $-\dfrac{4}{\ln 2}$. **C.** $-\dfrac{2}{\ln 2}$. **D.** $\dfrac{4}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $F(x)=4^x$ là một nguyên hàm của hàm số $2^x.f(x)$ nên $2^x.f(x)=F'(x)=4^x.\ln 4$.

Suy ra $f(x)=2^x.\ln 4$.

Từ đó $f'(x)=2^x.\ln 2.\ln 4=2^{x+1}.\ln^2 2$.

Vậy $\int\limits_0^1 \dfrac{f'(x)}{\ln^2 2}\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 2^{x+1}\mathrm{d}x=\left.\dfrac{2^{x+1}}{\ln 2}\right|_0^1=\dfrac{2}{\ln 2}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $\left(f'(x)\right)^2+4\left(6x^2-1\right).f(x)=40x^6-44x^4+32x^2-4,\forall x\in[0;1]$. Tích phân $\int\limits_0^1 xf(x)dx$ bằng

A. $-\dfrac{13}{15}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $\dfrac{13}{15}$. **D.** $-\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy tích phân hai vế của đẳng thức trên đoạn [0;1] có

$$\int\limits_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x+4\int\limits_0^1\left(6x^2-1\right)f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(40x^6-44x^4+32x^2-4\right)\mathrm{d}x=\frac{376}{105}$$

Theo công thức tích phân từng phần có

$$\int\limits_0^1\left(6x^2-1\right)f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}\left(2x^3-x\right)=\left(2x^3-x\right)f(x)\Big|_0^1-\int\limits_0^1\left(2x^3-x\right)f'(x)\mathrm{d}x$$

$$=1-\int\limits_0^1\left(2x^3-x\right)f'(x)\mathrm{d}x$$

Thay lại đẳng thức trên ta có

$$\int\limits_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x+4\left(1-\int\limits_0^1\left(2x^3-x\right)f'(x)\mathrm{d}x\right)=\frac{376}{105}\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-4\int\limits_0^1\left(2x^3-x\right)f'(x)\mathrm{d}x+\frac{44}{105}=0$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-4\int\limits_0^1\left(2x^3-x\right)f'(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1\left[2\left(2x^3-x\right)\right]^2\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left(f'(x)-2\left(2x^3-x\right)\right)^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow f'(x)=2\left(2x^3-x\right),\forall x\in[0;1]\Rightarrow f(x)=x^4-x^2+C$$

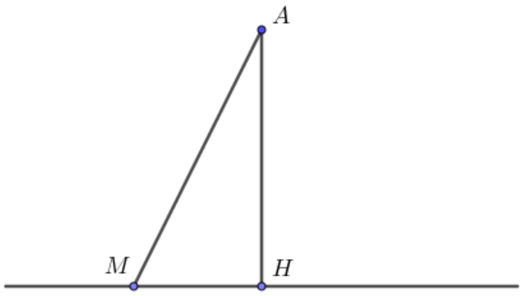
Mặt khác $f(1)=1\Rightarrow C=1\Rightarrow f(x)=x^4-x^2+1\Rightarrow\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x\left(x^4-x^2+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{5}{12}$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha):3x-4y+z-12=0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất là

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=-2-t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-2+t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4-t\\y=-2+t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=1-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của điểm A xuống đường thẳng Δ. Khi đó $AH \le AM$. Vậy $d(A,\Delta)$ lớn nhất khi $H \equiv M$, hay $AM \perp \Delta$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (6;-7;1)$

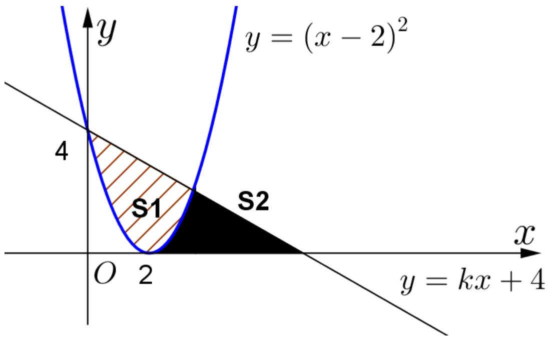
Gọi $\vec{n}_\alpha = (3;-4;1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α). Ta có $[\overrightarrow{AM}, \vec{n}_\alpha] = (-3;-3;-3)$

$\begin{cases} AM \perp \Delta \\ \Delta // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \Delta$ nhận $\left[\overrightarrow{AM}, \vec{n}_{(\alpha)}\right]$ làm một vectơ chỉ phương.

Hay $\vec{u}_\Delta = (1;1;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ

Do $M \in \Delta$ nên phương trình Δ là $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 49. Đường thẳng $y = kx + 4$ cắt parabol $y = (x-2)^2$ tại hai điểm phân biệt và diện tích các hình phẳng S_1, S_2 bằng nhau như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $k \in (-6;-4)$. **B.** $k \in (-2;-1)$. **C.** $k \in \left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $k \in \left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Theo hình vẽ ta có $k < 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = kx + 4$ cắt parabol $y = (x-2)^2$ là:

$(x-2)^2 - (kx+4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (k+4)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = k+4 \end{array}\right.$.

+ Đường thẳng $y = kx + 4$ cắt trục hoành tại điểm $x = -\frac{4}{k}$.

Điều kiện $-2 < k < 0$, theo hình vẽ, ta có:

$S_1 = \int_0^{k+4} \left(kx + 4 - (x-2)^2\right)dx = \int_0^{k+4} \left(-x^2 + (k+4)x\right)dx$.

$= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{k+4}{2}x^2\right)\Bigg|_0^{k+4} = \frac{(k+4)^3}{6}$.

$S_2 = \int_2^{k+4} (x-2)^2 dx + \int_{k+4}^{-\frac{4}{k}} (kx+4)dx = \frac{(x-2)^3}{3}\Bigg|_2^{k+4} + \left(\frac{k}{2}x^2 + 4x\right)\Bigg|_{k+4}^{-\frac{4}{k}}$

$=\dfrac{(k+2)^3}{3}+\left(-\dfrac{8}{k}\right)-\left(\dfrac{k}{2}(k+4)^2+4(k+4)\right).$

$=\dfrac{-k^4-12k^3-48k^2-80k-48}{6k}.$

Do đó: $S_1=S_2 \Leftrightarrow \dfrac{(k+4)^3}{6}=\dfrac{-k^4-12k^3-48k^2-80k-48}{6k}$

$\Leftrightarrow k^4+12k^3+48k^2+72k+24=0 \Leftrightarrow (k^2+6k)^2+12(k^2+6k)+24=0\,(*)$

Giải phương trình trên với $t=k^2+6k$ ta được $\left[\begin{array}{l} t=-6+2\sqrt{3} \\ t=-6-2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Với $t=-6+2\sqrt{3} \Leftrightarrow k^2+6k=-6+2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow (k+3)^2=(3+2\sqrt{3}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=\sqrt{3+2\sqrt{3}}-3 \\ k=-\sqrt{3+2\sqrt{3}}-3\end{array}\right.$

Với $t=-6-2\sqrt{3} \Leftrightarrow k^2+6k=-6-2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow (k+3)^2=(3-2\sqrt{3})$ (vô nghiệm)

Tóm lại $k=\sqrt{3+2\sqrt{3}}-3$ là giá trị cần tìm.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=m+t\end{cases}$. Tổng các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Do $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ nên tâm của mặt cầu là $I(1;0;-2)$.

Xét phương trình $(2-t)^2+t^2+(m+t)^2-2(2-t)+4(m+t)+1=0$.

$\Leftrightarrow 3t^2+2(m+1)t+m^2+4m+1=0$ (1).

Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 \Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow -2m^2-10m-2>0 \Leftrightarrow \dfrac{-5-\sqrt{21}}{2}<m<\dfrac{-5+\sqrt{21}}{2}$ (2).

Khi đó, theo định lý Vi – ét ta có: $\begin{cases} t_1+t_2=-\dfrac{2(m+1)}{3} \\ t_1t_2=\dfrac{m^2+4m+1}{3}\end{cases}$.

Ta có $A(2-t_1;t_1;m+t_1); B(2-t_2;t_2;m+t_2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IA}(1-t_1;t_1;m+2+t_1); \overrightarrow{IB}(1-t_2;t_2;m+2+t_2)$.

Các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=0 \Leftrightarrow (1-t_1)(1-t_2)+t_1t_2+(m+2+t_1)(m+2+t_2)=0$

$\Leftrightarrow m^2+5m+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện (2)).

Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -5.

------------- **HẾT** -------------