

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1. Cho 2 mặt phẳng $(P): 3x + y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 3y - z + 18 = 0$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (P) và mp (Q) . Hãy chọn phát biểu đúng.

- A. $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. C. $\sin \alpha = \frac{-1}{2}$. D. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{2020} f(x)dx = \sqrt{5}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(2020x)dx$.

- A. $I = 2020\sqrt{5}$. B. $I = 2020$. C. $I = \frac{\sqrt{5}}{2020}$. D. $I = 1$.

Câu 3. Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3t - 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $d \subset (P)$.
B. $d // (P)$.
C. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $I(1; -1; 0)$ nhưng không vuông góc (P) .
D. $d \perp (P)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mp $(P): x - y - 3z - 19 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{2} = y = \frac{z+2}{-3}$. Tìm tọa độ giao điểm I của mặt phẳng (P) và đường thẳng d .

- A. $I(-1; 5; 5)$. B. $I(5; 1; -5)$. C. $I(5; -1; -5)$. D. $I(-5; -1; 5)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

- A. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{9} = \frac{3-z}{4}$. B. $\frac{x+5}{6} = \frac{y+7}{9} = \frac{z+1}{4}$.
C. $\frac{x-1}{23} = \frac{y-2}{-19} = \frac{z-3}{13}$. D. $\frac{x-1}{23} = \frac{y-2}{19} = \frac{z-3}{-13}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 1; 2)$, $B(1; 0; 3)$, $C(1; -2; -2)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x+3}{7} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z+2}{4}$. B. $\frac{x-3}{7} = \frac{y-1}{10} = \frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x-3}{7} = \frac{y-1}{10} = \frac{z-2}{-4}$.

D. $\frac{x-10}{7} = \frac{y+9}{-10} = \frac{z-6}{4}$.

Câu 8. Gọi z_0 là một nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4m^2 - m + 8 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$). Tính $P = z_0 + \overline{z_0}$.

A. $P = z_0 + \overline{z_0} = -2$.

B. $P = z_0 + \overline{z_0} = 2$.

C. $P = z_0 + \overline{z_0} = 1$.

D. $P = z_0 + \overline{z_0} = 4m^2 - m + 8$.

Câu 9. Gọi M, N là hai điểm biểu diễn các số phức là nghiệm của phương trình $x^2 - 2x + 2021^{4042} = 0$. Gọi I là trung điểm MN . Tính độ dài OI .

A. $OI = 1$.

B. $OI = \sqrt{32756}$.

C. $OI = 2$.

D. $OI = \sqrt{732756}$.

Câu 10. Tập hợp điểm biểu diễn của các số phức dạng $z = 3 + 2ai$ với $a \in \mathbb{R}^+$ là

A. Đường thẳng $y = 3$.

B. Đường thẳng $x = 3$.

C. Nửa đường thẳng $x = 3$ với $y > 0$.

D. Nửa đường thẳng $y = 3$ với $x > 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2)$ và $B(3;-1;3)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\frac{3-x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{5}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{5}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{5}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{5}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;-1;2)$ và cắt mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z + 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25$.

B. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Câu 13. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + 3i, z_2 = 1 + 5i, z_3 = -1 + 7i$. Tìm số phức có điểm biểu diễn là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{1}{3} + 5i$.

B. $-1 + 5i$.

C. $4i$.

D. $6i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và thỏa mãn $\int_0^1 (3x+1)f'(x)dx = 10$,

$4f(1) - f(0) = 13$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = 2$.

C. $I = -1$.

D. $I = -2$.

Câu 15. Nếu $\int_{-2}^3 [2f(x) + g(x)]dx = 5$ và $\int_{-2}^3 [3g(x) - f(x)]dx = 1$ thì $\int_{-2}^3 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng bao nhiêu?

A. 7.

B. 1.

C. -5.

D. 5.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x là một tam giác đều có cạnh là $2(x+1)$ (với

$0 \leq x \leq 2$). Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A. $\frac{26\sqrt{3}}{3}$. B. $6\sqrt{3}\pi$. C. $6\sqrt{3}$. D. $\frac{26\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 17. Một chạt chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

- A. 276m. B. 136m. C. 216m. D. 126m.

Câu 18. Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x - 2y + (3x + y)i = 2 + 13i$. Giá trị của biểu thức $x^2 - y^2$ bằng

- A. 20. B. 7. C. 15. D. 5.

Câu 19. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không phải** là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1}{2x^2 + 3x} \text{ với } x > 0?$$

- A. $F(x) = \frac{1}{3} \left(\ln x + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{4x^2 + 12x + 9} \right)$. B. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{x}{2x+3} \right)$.
 C. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{2x}{2x+3} \right)$. D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{2x+3}{3x} \right|$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}?$$

- A. $M(-1; 2; 0)$. B. $N(-1; -3; 1)$. C. $P(3; -1; -1)$. D. $Q(1; -2; 0)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ sao cho $\int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx = \frac{1}{5}$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx. \text{ Có hai học sinh giải bài toán đã cho như sau:}$$

HỌC SINH A:

$$\int_0^1 [f(x) - x^2]^2 dx = \int_0^1 [f^2(x) - 2x^2 \cdot f(x) + x^4] dx = \int_0^1 f^2(x) dx - 2 \int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx + \int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 0$$

$$\text{Suy ra: } [f(x) - x^2]^2 = 0, \forall x \in [0; 1] \Leftrightarrow f(x) = x^2, \forall x \in [0; 1] \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}.$$

HỌC SINH B:

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 [f^2(x) - x^2 \cdot f(x)] dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)[f(x) - x^2] dx = 0 \Leftrightarrow f(x)[f(x) - x^2] = 0 \text{ mà } \int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{5}, \text{ nên } f(x) \neq 0$$

$$\text{Suy ra: } [f(x) - x^2] = 0, \forall x \in [0; 1] \Leftrightarrow f(x) = x^2, \forall x \in [0; 1] \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}.$$

Nhận xét nào dưới đây là đúng?

- A. A và B cùng giải đúng. B. B đúng và A sai.
 C. A đúng và B sai. D. A và B cùng giải sai.

Câu 22. Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Môđun của số phức $w = z_1 - 2z_2 + 1$ là

- A. $|w| = \sqrt{2}$. B. $|w| = 2$. C. $|w| = 4\sqrt{2}$. D. $|w| = 4$.

Câu 23. Cho số phức $z = 3 - 7i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Phần ảo của số phức z là 3.
- B. Phần thực của số phức z là 3.
- C. Phần ảo của số phức z là $-7i$.
- D. Phần thực của số phức z là -7 .

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 4 = 0$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) . Tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = -3$.
- B. $a + b + c = 2$.
- C. $a + b + c = 6$.
- D. $a + b + c = 4$.

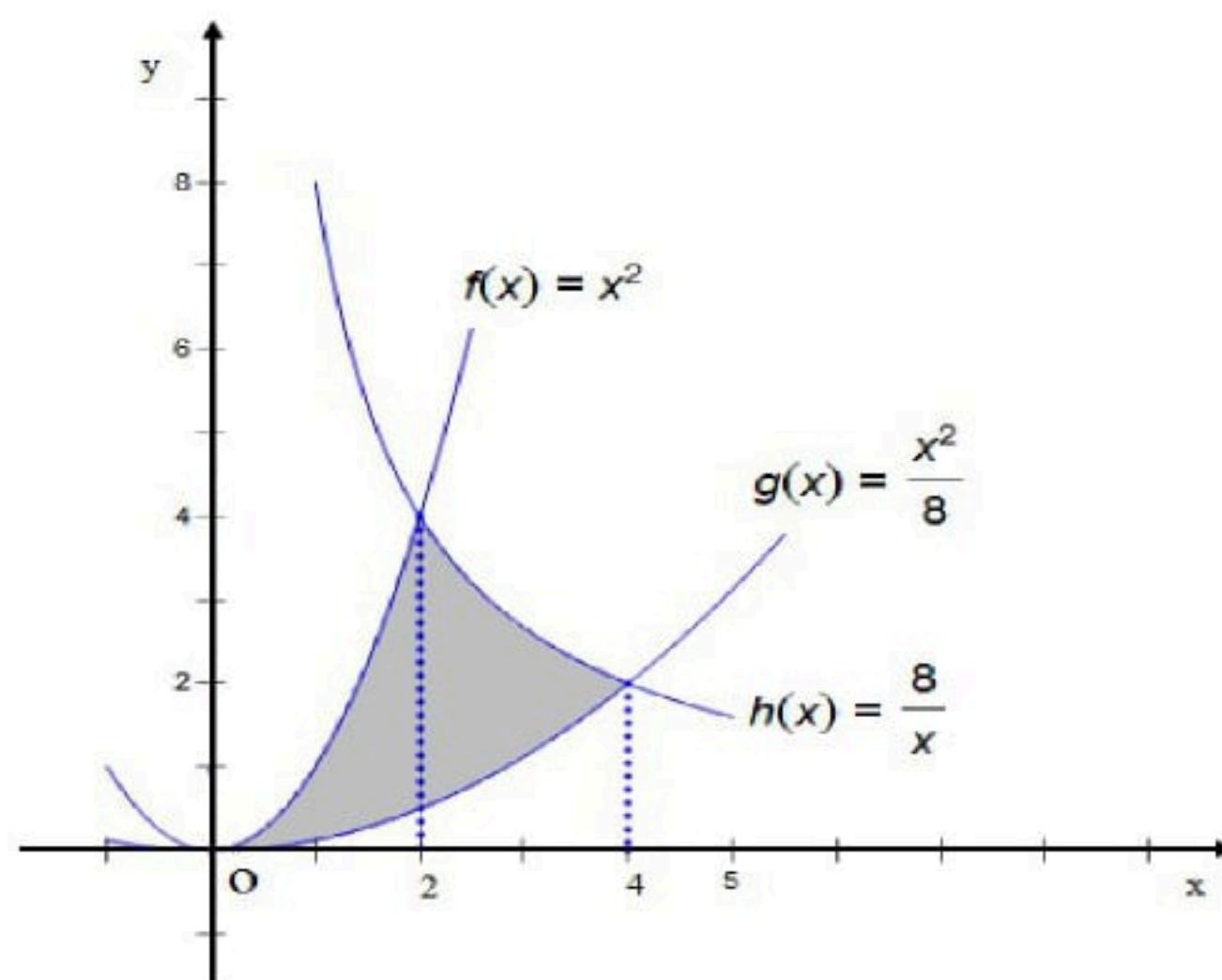
Câu 25. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{\sin x + 1} dx$ bằng cách đặt $t = \sin x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int_1^2 \sqrt{t} dt$.
- B. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{t} dt$.
- C. $I = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{2}} t dt$.
- D. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = \sqrt{2}$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn của số phức z .

- A. Đường tròn có tâm $(-1; 2)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.
- B. Đường tròn có tâm $(1; -2)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.
- C. Đường tròn có tâm $(1; 2)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.
- D. Đường tròn có tâm $(1; 2)$ bán kính $R = 2$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng được tô màu trong hình dưới bằng



- A. $\frac{14}{3} - 8 \ln 2$.
- B. $8 \ln 2$.
- C. $\frac{7}{3} + 8 \ln 2$.
- D. $-8 \ln 2$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [3f(x) + \cos x] dx = 10$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. $\frac{11}{3}$.
- B. 9.
- C. 3.
- D. 11.

Câu 29. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$, $y = 2x - 1$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 3$.

$$\text{A. } S = \int_{-1}^2 (4-x^2)dx + \int_2^3 (x^2-4)dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-1}^3 (4-x^2)dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-1}^2 (x^2-4)dx - \int_2^3 (x^2-4)dx.$$

$$\text{D. } S = \int_{-1}^3 (x^2-4)dx.$$

Câu 30. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\overline{2z}$ lần lượt là

- A. 3 và $-4i$. B. 6 và -4 . C. -3 và 4 . D. 3 và -2 .

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^{2020x}}$ là

- A. $-2020 \cdot e^{-2021x} + C$. B. $\frac{e^{-2020x}}{2020} + C$. C. $e^{-2020x} + C$. D. $\frac{e^{-2020x}}{-2020} + C$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): 2x - 4y - 4z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $-\frac{7}{6}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ là

- A. 36π . B. $\frac{4}{3}$. C. 36. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $z = 1 + 2i$. Tìm môđun của số phức \overline{z} .

- A. $|\overline{z}| = 2\sqrt{3}$. B. $|\overline{z}| = \sqrt{5}$. C. $|\overline{z}| = \sqrt{3}$. D. $|\overline{z}| = 2\sqrt{5}$.

Câu 35. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là **sai**?

- A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \in \mathbb{N}$). B. $\int \sin 2x dx = \sin^2 x + C$.
 C. $\int \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} + C$. D. $\int (9^x \cdot \ln 3) dx = \frac{9^x}{2} + C$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1. (1,0 điểm) Tính $I = \int_1^e x^3 \ln x dx$.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z + 2\overline{z} = 3 - 2i$. Tìm phần thực, phần ảo của z .

Câu 3. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$

$$\text{và } d': \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = t - 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

- a) Chứng minh rằng d song song với d' .
 b) Tính khoảng cách giữa d và d' .

----- Hết -----