

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 150 phút

**Bài I (4,0 điểm)** Cho Parabol  $(P) : y = x^2 + 2x - 3$ .

1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị  $(P)$ .

2) Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(P)$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $y = 4x - 7$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài II (6,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 1 \\ x + y + xy = 3 \end{cases}$ .

2) Giải phương trình sau:

a)  $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = x - 1$ ;

b)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 6 = 2\sqrt{x - 1} + 3\sqrt{x - 2}$ .

**Bài III (4,0 điểm)** Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 3$ .

1) Chứng minh  $\frac{a^3}{b^2} + \frac{b^3}{a^2} \geq a + b$ .

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{a^3}{b^2} + \frac{b^3}{c^2} + \frac{c^3}{a^2}$ .

**Bài IV (3,0 điểm)** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác,  $M$  là một điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .

1) Chứng minh:  $6\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AC}$ .

2) Gọi  $D, E, F$  là hình chiếu của  $M$  lên các cạnh  $BC, CA, AB$ . Tính  $|\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}|$  theo  $a$ .

**Bài V (3,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có các đường cao  $AD, BE, CF$ . Biết điểm  $E(5, 4)$ , điểm  $F(1, 2)$  và phương trình đường thẳng  $BC$  là  $y = 1$ .

1) Viết phương trình đường thẳng  $EF$  và tìm tọa độ trung điểm của  $BC$ .

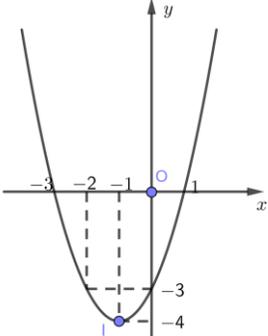
2) Tính diện tích tam giác  $DEF$ .

----- **Hết** -----

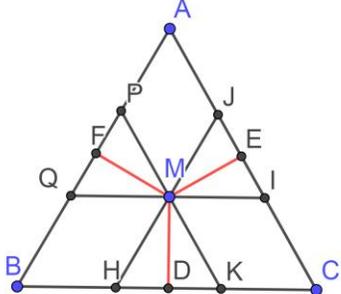
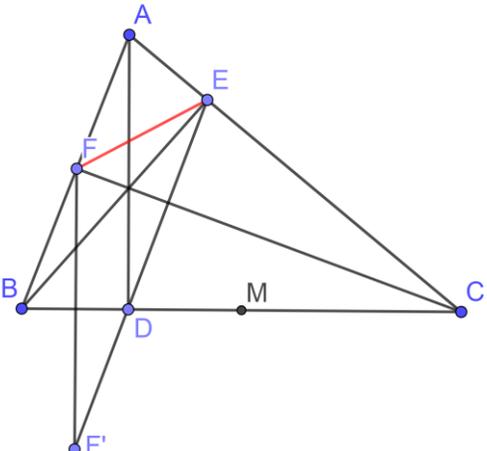
Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Câu	Nội dung	điểm
1 (4,0đ)	1	TXĐ: $\square$	0,25
		Đỉnh $I(-1; -4)$	0,25
		Bảng biến thiên: $  \begin{array}{c ccc}  x & -\infty & -1 & +\infty \\  \hline  y & +\infty & -4 & +\infty  \end{array}  $	0,5
	Đồ thị: (P) Giao với trục $Ox: (-3; 0); (1; 0)$ (P) Giao với trục $Oy: (0; -3)$ Vẽ đồ thị hàm số  (Chú ý: học sinh biểu diễn tọa độ các điểm trên hình vẽ vẫn được điểm tối đa)		0,25 0,25 0,5
	2	Gọi $M(x, y) \in (P)$ suy ra $y = x^2 + 2x - 3$	0,25
	Khi đó $d(M, d) = \frac{ y - 4x + 7 }{\sqrt{17}} = \frac{ x^2 - 2x + 4 }{\sqrt{17}}$	0,5	
	Ta có: $ x^2 - 2x + 4  =  (x-1)^2 + 3  \geq 3$ Suy ra $d(M, d) \geq \frac{3\sqrt{17}}{17}$ .	0,5	
	Suy ra giá trị nhỏ nhất của $d(M, d) = \frac{3\sqrt{17}}{17}$ . Dấu bằng xảy ra khi $x = 1, y = 0$ .	0,5	
	Vậy $M(1, 0)$ .	0,25	
2 (6,0đ)	1	$  \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 1 \\ x + y + xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 3xy = 1 \\ x + y + xy = 3 \end{cases}  $	0,25
		Đặt $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$	0,25

		Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} S^2 - 3P = 1 \\ S + P = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2 + 3S - 10 = 0 \\ P = 3 - S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 2, P = 1 \\ S = -5, P = 8 \end{cases}$	0,5
		Với $S = -5, P = 8$ suy ra $x, y$ là nghiệm của phương trình $X^2 + 5X + 8 = 0$ ( vô nghiệm)	0,5
		Với $S = 2, P = 1$ suy ra $x, y$ là nghiệm của phương trình $X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1$ suy ra $x = y = 1$ Vậy hệ có nghiệm là $(x, y) = (1; 1)$	0,5
	2a	$\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - 3x - 5 = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$	1,0
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = -2(l) \\ x = 3(tm) \end{cases} . \text{ Vậy phương trình có nghiệm là: } x = 3$	1,0
	2b	Điều kiện $x \geq 2$ . Đặt $\begin{cases} \sqrt{x-1} = a \\ \sqrt{x-2} = b \end{cases}$	0,5
		Phương trình trở thành $ab + 6 = 2a + 3b \Leftrightarrow (a - 3)(b - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$	0,5
		Với $a = 3 \Leftrightarrow x = 10(tm)$ Với $b = 2 \Leftrightarrow x = 6(tm)$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{6; 10\}$ .	1,0
3 (4,0đ)	1	Biến đổi : $\frac{a^3}{b^2} + \frac{b^3}{a^2} \geq a + b \Leftrightarrow a^5 + b^5 \geq a^3b^2 + a^2b^3 \Leftrightarrow a^3(a^2 - b^2) - b^3(a^2 - b^2) \geq 0$	1,0
		$\Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^3 - b^3) \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2(a + b)(a^2 + ab + b^2) \geq 0$	1,0
	2	Áp dụng bất Cauchy ta có: $\frac{a^3}{b^2} + b + b \geq 3a$ $\frac{b^3}{c^2} + c + c \geq 3b ; \frac{c^3}{a^2} + a + a \geq 3c$	1,0
		Suy ra $\frac{a^3}{b^2} + \frac{b^3}{c^2} + \frac{c^3}{a^2} + 2(a + b + c) \geq 3(a + b + c) \Rightarrow \frac{a^3}{b^2} + \frac{b^3}{c^2} + \frac{c^3}{a^2} \geq a + b + c = 3$ Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3 khi $a = b = c = 1$ .	1,0

4 (3,0đ)	1	Ta có: $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AG}$	0,25	
		Ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$	0,25	
		Ta có G là trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	0,25	
		Suy ra $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} \Rightarrow 6\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{AC}$	0,25	
	2	<p>Từ M kẻ các đường thẳng song song với 3 cạnh của tam giác, cắt các cạnh này tại P,Q,H,K,I,J. Suy ra D,E,F là trung điểm các cạnh HK, IJ, PQ.</p>		0,5
		<p>Suy ra <math>\Rightarrow \overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{MK})</math>; <math>\overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ})</math>;  <math>\Rightarrow \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ})</math></p>	0,5	
		<p>Suy ra <math>\Rightarrow \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ})</math>  <math>= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})</math></p>	0,5	
		<p>Mà <math>(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}</math>  <math>\Rightarrow  \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}  = \frac{1}{4}AC = \frac{a}{4}</math></p>	0,5	
5 (3,0đ)	1	Ta có: $\overrightarrow{EF}(-4, -2) // (2, 1)$	0,25	
		<p>Suy ra pt đường thẳng EF là:  <math>x - 2y + 3 = 0</math></p>	0,25	
				

	Gọi M là trung điểm BC suy ra $M(x, 1)$ .	0,25
	Chứng minh $ME = MF (= \frac{1}{2}BC)$	0,5
	Suy ra $(x - 5)^2 + (1 - 4)^2 = (x - 1)^2 + (1 - 2)^2 \Leftrightarrow 8x - 32 = 0 \Leftrightarrow x = 4$	0,5
	Vậy tọa độ trung điểm BC là: $M(4, 1)$ .	0,25
2	Gọi F' đối xứng với F qua BC suy ra $F'(1, 0)$ .	0,25
	Chứng minh DA là phân giác của góc $EDF$ suy ra F', D, E thẳng hàng	0,25
	Pt EF': $x - y - 1 = 0$ Suy ra tọa độ điểm $D(2, 1)$ .	0,25
	Suy ra $S_{DEF} = \frac{1}{2}d(D, EF).EF = \frac{1}{2} \frac{ 2 - 2.1 + 3 }{\sqrt{5}}.2\sqrt{5} = 3$	0,25