

Câu 1. (5 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ có đồ thị là (C) .

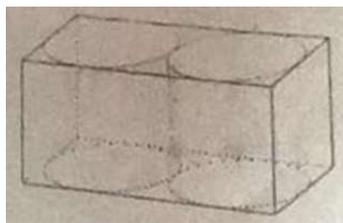
- 1) Tìm tọa độ điểm cực tiêu của đồ thị (C) .
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.

Câu 2. (3 điểm)

- 1) Giải phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1$ (với $x \in \mathbb{R}$).
- 2) Giải phương trình $4 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x - 6 \cos x - 3 = 0$.

Câu 3. (2 điểm)

Bạn An làm hai cái bánh là hai khối trụ bằng nhau có tổng thể tích bằng $144\pi \text{ cm}^3$ và dùng giấy carton làm một cái hộp hình hộp chữ nhật (có đủ 6 mặt) để đựng vừa khít hai cái bánh như hình vẽ. Tính diện tích nhỏ nhất của giấy carton dùng trong việc nêu trên.



Câu 4. (3,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 10a$, $BC = 12a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- 1) Tính theo a diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- 2) Gọi hai điểm D, E lần lượt thuộc hai cạnh AB, BC thỏa mãn $AD \cdot BE = 60a^2$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ADE$.

Câu 5. (3 điểm)

1) Một chiếc hộp đựng 20 viên bi giống nhau, mỗi viên bi được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 20 (không có hai viên bi ghi cùng một số). Bốc ngẫu nhiên 4 viên bi từ chiếc hộp nói trên, tính xác suất để tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $[1 - x^3(1+x)]^{10}$ thành đa thức (với $x \in \mathbb{R}$).

Câu 6. (3,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6x - 3y = 4 \\ \sqrt{3x-2} - 2x^2 = \sqrt{y+2} - y - 4 \end{cases}$ (với $x, y \in \mathbb{R}$).

2) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c - abc$.

----- **HẾT** -----

<https://toanmath.com/>

Thí sinh **được phép** sử dụng máy tính cầm tay, **không được phép** sử dụng tài liệu khi làm bài./.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Trường / Trung tâm:



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI - SỞ ĐỒNG NAI
NĂM HỌC 2020 – 2021
 Môn: Toán 12

HỌC HỎI - CHỈ SẴN THỰC

Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian phát đề)
 LINK NHÓM <https://www.facebook.com/groups/1916660125164699>

Câu 1. (5,0 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ có đồ thị là (C).

- 1) Tìm tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị (C).
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.

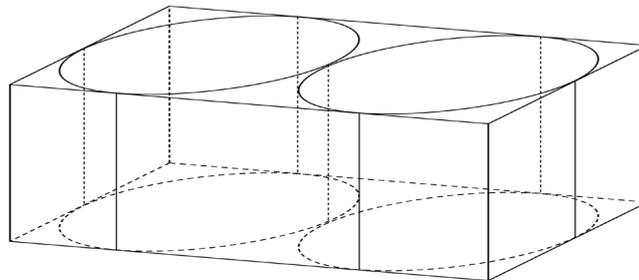
Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1$.

b) Giải phương trình $4 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x - 6 \cos x - 3 = 0$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Bạn An làm hai cái bánh là hai khối trụ bằng nhau có tổng thể tích bằng $144\pi \text{ cm}^3$ và dùng giấy carton làm một cái hộp hình hộp chữ nhật (có đủ 6 mặt) để đựng vừa khít hai cái bánh như hình vẽ.



Tính diện tích nhỏ nhất của giấy carton dùng trong việc nêu trên.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 10a$, $BC = 12a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- 1) Tính theo a diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.
- 2) Gọi hai điểm D, E lần lượt thuộc hai cạnh AB, BC thỏa mãn $AD \cdot BE = 60a^2$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ADE$.

Câu 5. (3,0 điểm)

1) Một chiếc hộp đựng 20 viên bi giống nhau, mỗi viên bi được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 20 (không có hai viên bi ghi cùng một số). Bốc ngẫu nhiên 4 viên bi từ chiếc hộp nói trên, tính xác suất để tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $[1 - x^3(1+x)]^{10}$ thành đa thức (với $x \in \mathbb{R}$).

Câu 6. (3,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6x - 3y = 4 \\ \sqrt{3x-2} - 2x^2 = \sqrt{y+2} - y - 4 \end{cases}$$

2) Cho các số thực $a; b; c$ thỏa $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c - abc$.

-----*HẾT*-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (5,0 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ có đồ thị là (C) .

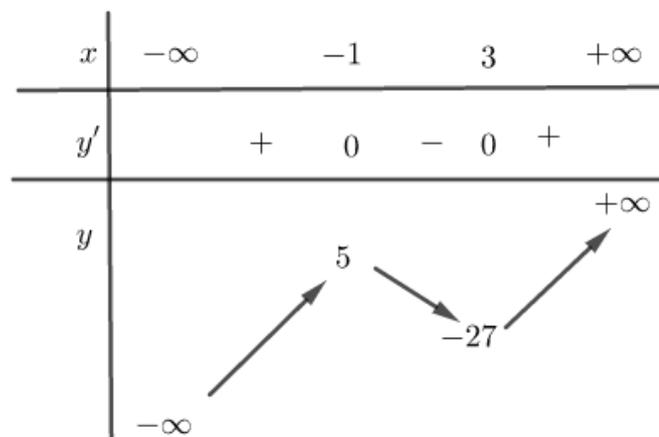
- 1) Tìm tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị (C) .
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Phương Hiền; GVPB: Hoàng Hà

- 1) Tìm tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị (C) .

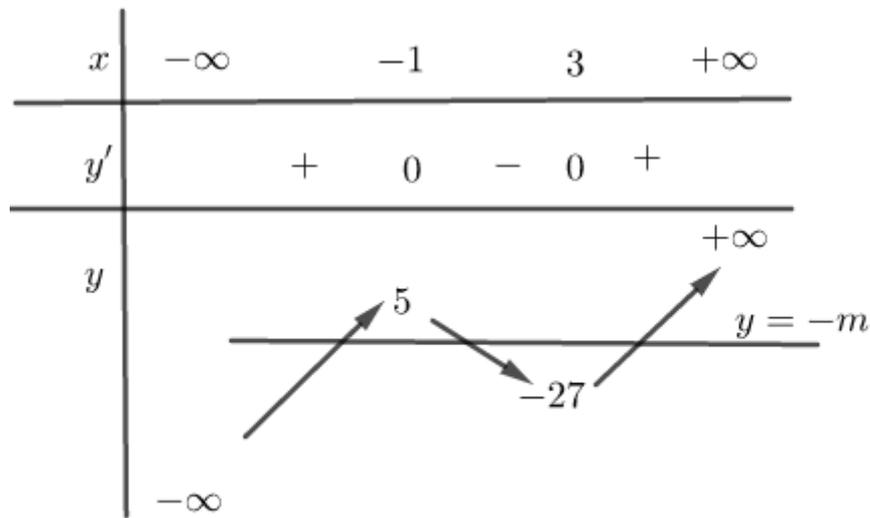
- ♦ Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R}$.
- ♦ Ta có: $y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$; $y' = f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$
- ♦ Bảng biến thiên:



- ♦ Vậy tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị (C) là: $(3; -27)$.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$.
 - ♦ Ta có: $k = f'(3) = 0$; $y(3) = f(3) = -27$.
 - ♦ Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là: $y = 0(x - 3) - 27$ hay $y = -27$.
 - 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.
 - ♦ Theo câu 1) ta có hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

- ♦ Để hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị thì phương trình $h(x) = f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt hay $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x = -m$ có 3 nghiệm phân biệt.

♦ Bảng biến thiên:



- ♦ Từ đó phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x = -m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-27 < -m < 5 \Leftrightarrow -5 < m < 27$.
- ♦ Vậy với $-5 < m < 27$ thì hàm số $g(x) = |f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị.

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1$.

Lời giải

- ♦ Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 4x + 1 > 0 \\ \frac{1}{1-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 2 - \sqrt{3}$
- ♦ $\log_3(x^2 - 4x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1 \Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2 - 4x + 1}{1-x}\right) = 1$
- $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 1}{1-x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.
- ♦ Ta thấy $x = 2$ không thỏa điều kiện phương trình.
- ♦ Vậy phương trình có một nghiệm $x = -1$.

b) Giải phương trình $4 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x - 6 \cos x - 3 = 0$.

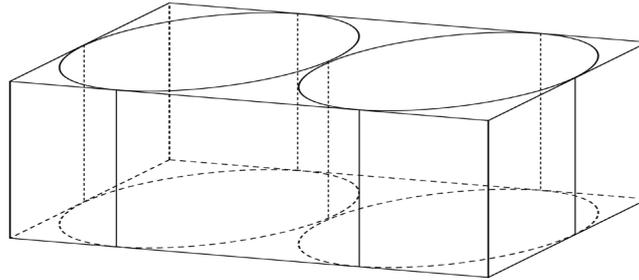
Lời giải

- ♦ $4 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x - 6 \cos x - 3 = 0$
- $\Leftrightarrow 4 \sin x \cdot (1 + \cos 2x) + 4 \sin x \cdot \cos x - 3(2 \cos x + 1) = 0$
- $\Leftrightarrow 4 \sin x \cos x \cdot (2 \cos x + 1) - 3(2 \cos x + 1) = 0$
- $\Leftrightarrow (2 \cos x + 1) \cdot (2 \sin 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos x + 1 = 0 \\ 2 \sin 2x - 3 = 0 \end{cases}$

- ♦ $2\sin 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{3}{2}$. Phương trình vô nghiệm vì $\left| \frac{3}{2} \right| > 1$.
- ♦ $2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- ♦ Vậy phương trình có các nghiệm $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Bạn An làm hai cái bánh là hai khối trụ bằng nhau có tổng thể tích bằng $144\pi \text{ cm}^3$ và dùng giấy carton làm một cái hộp hình hộp chữ nhật (có đủ 6 mặt) để đựng vừa khít hai cái bánh như hình vẽ.



Tính diện tích nhỏ nhất của giấy carton dùng trong việc nêu trên.

Lời giải

- ♦ Gọi bán kính của hình trụ là r (với $r > 0$), chiều cao của khối trụ là h (với $h > 0$). Chiều rộng của đáy hình hộp chữ nhật là $2r$, chiều dài của đáy hình hộp chữ nhật là $4r$.
- ♦ Tổng thể tích hai khối trụ bằng $144\pi \text{ cm}^3$.

Thể tích khối trụ bằng $\pi r^2 h = 72\pi (\text{cm}^3)$.

Chiều cao của khối trụ là $h = \frac{72}{r^2}$.

Chiều cao của hình hộp chữ nhật là $\frac{72}{r^2}$.

- ♦ Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là:

$$2\left(2r \cdot 4r + 4r \cdot \frac{72}{r^2} + \frac{72}{r^2} \cdot 2r \right) = 2\left(8r^2 + \frac{288}{r} + \frac{144}{r} \right) = 16\left(r^2 + \frac{54}{r} \right).$$

Ta có $r^2 + \frac{54}{r} = r^2 + \frac{27}{r} + \frac{27}{r} \geq 3\sqrt{r^2 \cdot \frac{27}{r} \cdot \frac{27}{r}} = 27$.

- ♦ Vậy diện tích nhỏ nhất của giấy carton cần dùng là $16 \cdot 27 = 432 (\text{cm}^2)$.

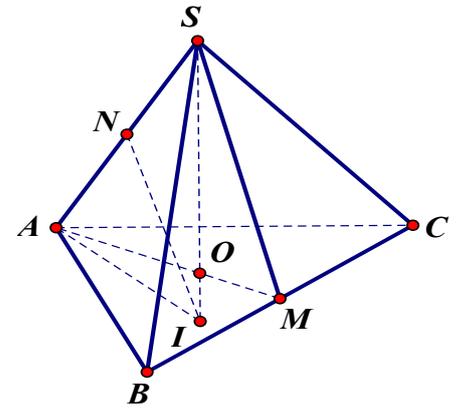
Câu 4. (3,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 10a$, $BC = 12a$ (với $0 < a \in \mathbb{R}$), hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- 1) Tính theo a diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.
- 2) Gọi hai điểm D, E lần lượt thuộc hai cạnh AB, BC thỏa mãn $AD \cdot BE = 60a^2$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ADE$.

Lời giải

1) ♦ Theo giả thiết O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $SO \perp (ABC)$ nên mọi điểm nằm trên đường thẳng SO đều cách đều A, B, C . Gọi $I \in SO$ sao cho $IS = IA$. Dễ dàng chứng minh được I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.



♦ Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$, khi đó $R = IS = IA = IB = IC$.

♦ Xét N là trung điểm của SA , khi đó $IN \perp SA$.

♦ Suy ra $\triangle SNI$ đồng dạng $\triangle SOA$, suy ra

$$\frac{SN}{SO} = \frac{SI}{SA} \Leftrightarrow SI = \frac{SN \cdot SA}{SO} = \frac{1}{2} \frac{SA^2}{SO}.$$

♦ Ta cần tính SA và SO .

♦ Gọi M là trung điểm của BC . Dễ dàng chứng minh được góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

♦ Ta có

$$AM = 8a.$$

$$AO = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{\triangle ABC}} = \frac{10a \cdot 10a \cdot 12a}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8a \cdot 12a} = \frac{25}{4}a, \text{ suy ra } OM = \frac{7}{4}a.$$

♦ Trong tam giác vuông SOM ta có $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{7a\sqrt{3}}{4}$; $SM = \frac{OM}{\cos 60^\circ} = \frac{7}{2}a$.

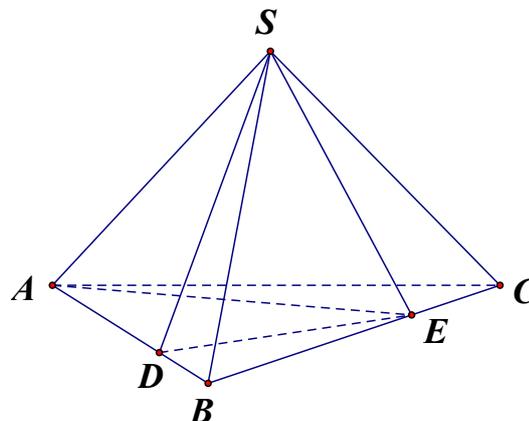
♦ Trong tam giác vuông SBM có $SB = \sqrt{SM^2 + BM^2} = \frac{\sqrt{193}}{2}a$, suy ra $SA = SB = \frac{\sqrt{193}}{2}a$

$$\text{Vậy } R = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\sqrt{193}}{2}a\right)^2}{\frac{7a\sqrt{3}}{4}} = \frac{193\sqrt{3}}{42}a.$$

♦ Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ là:

$$S_{MC} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{193\sqrt{3}}{42}a\right)^2 = \frac{37249}{147}\pi a^2.$$

2) Tính thể tích khối chóp $S.ADE$.



♦ Theo giả thiết ta có $AD \cdot BE = 60a^2 \Leftrightarrow (BA - BD) \cdot BE = \frac{1}{2} BA \cdot BC$

$$\Leftrightarrow BA \cdot BE - BD \cdot BE = \frac{1}{2} BA \cdot BC \Leftrightarrow \frac{1}{2} BA \cdot BE \sin B - \frac{1}{2} BD \cdot BE \sin B = \frac{1}{4} BA \cdot BC \sin B$$

$$\Leftrightarrow S_{\triangle BAE} - S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 48a^2 = 24a^2.$$

♦ Vậy thể tích khối $S.ADE$ là:

$$V_{S.ADE} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ADE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7a\sqrt{3}}{4} \cdot 24a^2 = 14a^3\sqrt{3}.$$

Câu 5. (3,0 điểm)

1) Một chiếc hộp đựng 20 viên bi giống nhau, mỗi viên bi được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 20 (không có hai viên bi ghi cùng một số). Bốc ngẫu nhiên 4 viên bi từ chiếc hộp nói trên, tính xác suất để tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3.

Lời giải

♦ Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ chiếc hộp gồm 20 viên bi, ta có: $n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845$.

♦ Gọi A là biến cố: “Bốc được 4 viên bi từ chiếc hộp sao cho tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3”.

Các viên bi trong chiếc hộp chia làm 3 nhóm:

- Nhóm các viên bi được ghi bằng các số chia hết cho 3: $X = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.

- Nhóm các viên bi được ghi bằng các số chia cho 3 dư 1: $Y = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$.

- Nhóm các viên bi được ghi bằng các số chia cho 3 dư 2: $Z = \{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20\}$.

♦ Để bốc được 4 viên bi từ chiếc hộp sao cho tổng các số ghi trên các viên bi chia hết cho 3 có các trường hợp sau:

- **TH1:** 4 viên bi đều thuộc nhóm X , có C_6^4 (cách lấy).

- **TH2:** 1 viên bi thuộc nhóm X và 3 viên bi thuộc nhóm Y , có $C_6^1 \cdot C_7^3$ (cách lấy).

- **TH3:** 1 viên bi thuộc nhóm X và 3 viên bi thuộc nhóm Z , có $C_6^1 \cdot C_7^3$ (cách lấy).

- **TH4:** 2 viên bi thuộc nhóm X , 1 viên bi thuộc nhóm Y , 1 viên bi thuộc nhóm Z , có $C_6^2 \cdot C_7^1 \cdot C_7^1$ (cách lấy).

- **TH5:** 2 viên bi thuộc nhóm Y và 2 viên bi thuộc nhóm Z , có $C_7^2 \cdot C_7^2$ (cách lấy).

Từ đó ta có: $n(A) = C_6^4 + C_6^1 \cdot C_7^3 + C_6^1 \cdot C_7^3 + C_6^2 \cdot C_7^1 \cdot C_7^1 + C_7^2 \cdot C_7^2 = 1611$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1611}{4845} = \frac{537}{1615}$.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $[1 - x^3(1+x)]^{10}$ thành đa thức (với $x \in \mathbb{R}$).

Lời giải

♦ Ta có: $[1 - x^3(1+x)]^{10} = [x^3(1+x) - 1]^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^{10-k} x^{3k} (1+x)^k$

$$= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^{10-k} x^{3k} \cdot \sum_{h=0}^k C_k^h \cdot x^h \cdot 1^{k-h} = \sum_{k=0}^{10} \sum_{h=0}^k (-1)^{10-k} \cdot C_{10}^k \cdot C_k^h \cdot x^{3k+h} \quad (\text{với } k, h \in \mathbb{N}, 0 \leq h \leq k \leq 10).$$

♦ Hệ số của số hạng chứa x^{12} phải thỏa $\begin{cases} 3k+h=12 \\ 0 \leq h \leq k \leq 10 \\ k, h \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h=0 \\ k=4 \\ h=3 \\ k=3 \end{cases}$.

♦ Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} là $(-1)^4 \cdot C_{10}^4 \cdot C_4^0 + (-1)^3 \cdot C_{10}^3 \cdot C_3^3 = 90$.

Câu 6. (3,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6x - 3y = 4 \\ \sqrt{3x-2} - 2x^2 = \sqrt{y+2} - y - 4 \end{cases}$$

Lời giải

♦ Điều kiện: $x \geq \frac{2}{3}; y \geq -2$.

♦ Xét hệ
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6x - 3y = 4 & (1) \\ \sqrt{3x-2} - 2x^2 = \sqrt{y+2} - y - 4 & (2) \end{cases}$$

♦ Từ phương trình (1) $\Leftrightarrow (x-1)^3 + 3(x-1) = y^3 + 3y$

$$\Leftrightarrow (x-1-y) \left[(x-1)^2 + y(x-1) + y^2 + 3 \right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-1 \\ (x-1)^2 + y(x-1) + y^2 + 3 = 0 \end{cases}$$

♦ Phương trình $(x-1)^2 + y(x-1) + y^2 + 3 = 0$ vô nghiệm vì $\Delta_{(x-1)} = -3y^2 - 12 < 0, \forall y \in \mathbb{R}$.

Thay $y = x-1$ vào (2) ta được phương trình:

$$\begin{aligned} \sqrt{3x-2} - 2x^2 &= \sqrt{x+1} - x - 3 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} - \sqrt{x+1} = 2x^2 - x - 3 \\ \Leftrightarrow \frac{3x-2-x-1}{\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+1}} &= (2x-3)(x+1) \Leftrightarrow (2x-3) \left(\frac{1}{\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+1}} - x - 1 \right) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=0 \\ \frac{1}{\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+1}} = x+1 (*) \end{cases} & (I). \end{aligned}$$

Vì $x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+1}} \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}+1}} \frac{\sqrt{15}}{15} < 1 \\ x+1 > 1 \end{cases}$ nên phương trình (*) vô nghiệm.

♦ Từ hệ phương trình (I) suy ra $2x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

Vậy nghiệm của hệ là $(x; y) = \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right)$

2) Cho các số thực $a; b; c$ thỏa $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c - abc$

Lời giải

♦ Ta có $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \leq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} = 1 \Rightarrow ab - 1 \leq 0$

$$\begin{aligned} P^2 &= (a + b + c - abc)^2 = [(a+b).1 + c(1-ab)]^2 \leq [(a+b)^2 + c^2]. [1^2 + (1-ab)^2] \\ &= (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab)(1 + 1 - 2ab + a^2b^2) = (2 + 2ab)(2 - 2ab + a^2b^2) \\ &= 2a^3b^3 - 2a^2b^2 + 4 = 2a^2b^2(ab-1) + 4 \leq 4 \text{ vì } a^2b^2 \geq 0, ab-1 \leq 0 \end{aligned}$$

Suy ra $-2 \leq P \leq 2$.

Vậy $P_{\max} = 2$ xảy ra $(a; b; c) \in \{(1; 1; 0); (1; 0; 1); (0; 1; 1)\}$

-----HẾT-----