

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **Toán 8**
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi: 04/04/2017

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1: (4 điểm).

Cho biểu thức $M = \left[\frac{(a-1)^2}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-2a^2+4a}{a^3-1} + \frac{1}{a-1} \right] : \frac{a^3+4a}{4a^2}$

- Rút gọn M.
- Tìm a để $M > 0$.
- Tìm giá trị của a để biểu thức M đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2: (5 điểm).

1) Giải các phương trình:

a) $\frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} = \frac{x+6}{94} + \frac{x+8}{92}$.

b) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$.

2) Tìm m để phương trình sau vô nghiệm:

$$\frac{1-x}{x-m} + \frac{x-2}{x+m} = \frac{2(x-m)-2}{m^2-x^2}$$

3) Tìm a, b sao cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$.

Câu 3: (4 điểm).

1) Cho: $x + y + z = 1$ và $x^3 + y^3 + z^3 = 1$. Tính $A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015}$

2) Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30km/h, nhưng sau khi đi được 1 giờ người ấy nghỉ hết 15 phút, do đó phải tăng vận tốc thêm 10km/h để đến B đúng giờ đã định. Tính quãng đường AB?

Câu 4: (5 điểm).

Cho hình vuông ABCD có AC cắt BD tại O, M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC (M khác B, C). Tia AM cắt đường thẳng CD tại N. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE = CM$.

- Chứng minh: $\triangle OEM$ vuông cân.
- Chứng minh: $ME \parallel BN$.
- Từ C kẻ $CH \perp BN$ ($H \in BN$). Chứng minh rằng ba điểm O, M, H thẳng hàng.

Câu 5: (2 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2016$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2a+3b+3c+1}{2015+a} + \frac{3a+2b+3c}{2016+b} + \frac{3a+3b+2c-1}{2017+c}$$

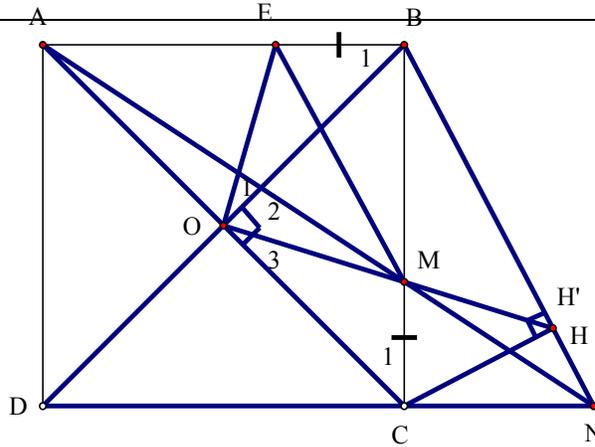
..... Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu	Nội dung	Điểm
<p>1 4.0đ</p>	<p>a) (2đ) Điều kiện: $a \neq 0; a \neq 1$</p>	0,5
	<p>Ta có: $M = \left[\frac{(a-1)^2}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-2a^2+4a}{a^3-1} + \frac{1}{a-1} \right] \cdot \frac{a^3+4a}{4a^2}$</p>	
	<p>$= \left[\frac{(a-1)^2}{a^2+a+1} - \frac{1-2a^2+4a}{(a-1)(a^2+a+1)} + \frac{1}{a-1} \right] \cdot \frac{4a^2}{a(a^2+4)}$</p>	0,5
	<p>$= \frac{(a-1)^3 - 1 + 2a^2 - 4a + a^2 + a + 1}{(a-1)(a^2+a+1)} \cdot \frac{4a}{a^2+4}$</p>	0,5
	<p>$= \frac{a^3 - 3a^2 + 3a - 1 + 2a^2 - 4a + a^2 + a + 1}{(a-1)(a^2+a+1)} \cdot \frac{4a}{a^2+4}$</p>	
	<p>$= \frac{a^3 - 1}{a^3 - 1} \cdot \frac{4a}{a^2+4} = \frac{4a}{a^2+4}$</p>	0,5
<p>Vậy $M = \frac{4a}{a^2+4}$ với $a \neq 0; a \neq 1$</p>	0,5	
<p>b) (1đ) $M > 0$ khi $4a > 0$ suy ra $a > 0$</p>	0,5	
<p>kết hợp với ĐKXĐ Vậy $M > 0$ khi $a > 0$ và $a \neq 1$</p>	0,5	
<p>c) (1đ)</p>		
<p>Ta có $M = \frac{4a}{a^2+4} = \frac{(a^2+4) - (a^2-4a+4)}{a^2+4} = 1 - \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$</p>	0,5	
<p>Vì $\frac{(a-2)^2}{a^2+4} \geq 0$ với mọi a nên $1 - \frac{(a-2)^2}{a^2+4} \leq 1$ với mọi a</p>		
<p>Dấu “=” xảy ra khi $\frac{(a-2)^2}{a^2+4} = 0 \Leftrightarrow a = 2$</p>	0,5	
<p>Vậy $\text{Max} M = 1$ khi $a = 2$.</p>		
<p>2 5,0đ</p>	<p>a) (1đ) Ta có $\frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} = \frac{x+6}{94} + \frac{x+8}{92}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x+2}{98} + 1\right) + \left(\frac{x+4}{96} + 1\right) = \left(\frac{x+6}{94} + 1\right) + \left(\frac{x+8}{92} + 1\right)$ $\Leftrightarrow (x+100) \left(\frac{1}{98} + \frac{1}{96} - \frac{1}{94} - \frac{1}{92}\right) = 0$</p>	0,5

<p>Vì: $\frac{1}{98} + \frac{1}{96} - \frac{1}{94} - \frac{1}{92} \neq 0$ Do đó: $x + 100 = 0 \Leftrightarrow x = -100$ Vậy phương trình có nghiệm: $x = -100$</p>	0,5
<p>b) (1đ) Ta có $x^6 - 7x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow (x^3 + 1)(x^3 - 8) = 0$ $\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$ (*) Do $x^2 - x + 1 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$ và $x^2 + 2x + 4 = (x + 1)^2 + 3 > 0$ với mọi x, nên (*) $\Leftrightarrow (x + 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 2\}$</p>	0,5 0,5
<p>2) (2đ) Tìm m để phương trình sau vô nghiệm. $\frac{1-x}{x-m} + \frac{x-2}{x+m} = \frac{2(x-m)-2}{m^2-x^2} \quad (1)$</p>	0,5
<p>ĐKXD: $x+m \neq 0$ và $x-m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm m$ $\Rightarrow (1-x)(x+m) + (x-2)(x-m) = 2 - 2(x-m)$ $\Leftrightarrow (2m-1)x = m-2$ (*) + Nếu $2m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ ta có (*) $0x = \frac{-3}{2}$ (vô nghiệm)</p>	0,5
<p>+ Nếu $m \neq \frac{1}{2}$ ta có (*) $\Leftrightarrow x = \frac{m-2}{2m-1}$ - Xét $x = m$ $\Leftrightarrow \frac{m-2}{2m-1} = m \Leftrightarrow m-2 = 2m^2 - m$</p>	0,25đ
<p>$\Leftrightarrow 2m^2 - 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$ (Không xảy ra vì vế trái luôn dương) Xét $x = -m$ $\Leftrightarrow \frac{m-2}{2m-1} = -m \Leftrightarrow m-2 = -2m^2 + m \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$</p>	0,25đ
<p>Vậy phương trình vô nghiệm khi $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = \pm 1$</p>	0,5đ
<p>3)(1đ) Ta có: $g(x) = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$</p>	0.25đ
<p>Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$</p>	0.25đ
<p>Nên tồn tại một đa thức $q(x)$ sao cho $f(x) = g(x).q(x)$ $\rightarrow ax^3 + bx^2 + 10x - 4 = (x+2).(x-1).q(x)$</p>	0.25đ
<p>Với $x=1 \rightarrow a+b+6=0 \rightarrow b=-a-6$ (1) Với $x=-2 \rightarrow 2a-b+6=0$ (2)</p>	0.25đ

	Thay (1) vào (2) . Ta có : a=-4 và b=-2	0.25đ
3 (4,0đ)	1)(2đ)	0,25
	Từ $x + y + z = 1 \Leftrightarrow (x + y + z)^3 = 1$	
	Mà: $x^3 + y^3 + z^3 = 1$	0,25
	$\Rightarrow (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 0$	
	$\Leftrightarrow (x + y + z)^3 - z^3 - (x^3 + y^3) = 0$	
	$\Leftrightarrow (x + y + z - z) \left[(x + y + z)^2 + (x + y + z)z + z^2 \right] - (x + y)(x^2 - xy + y^2)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x + y)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz + xz + yz + z^2 + z^2 - x^2 + xy - y^2)$	
	$\Leftrightarrow (x + y)(3z^2 + 3xy + 3yz + 3xz) = 0$	0.25đ
	$\Leftrightarrow (x + y)3(y + z)(x + z) = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ y = -z \\ x = -z \end{cases}$	0,5
* Nếu $x = -y \Rightarrow z = 1 \Rightarrow A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$		
* Nếu $y = -z \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$		
* Nếu $x = -z \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$	0,5	
2) (2điểm).		
Gọi x (km) là độ dài quãng đường AB. ĐK $x > 0$.		
Thời gian dự định đi hết quãng đường: $\frac{x}{30}$ (giờ)		
Quãng đường đi được sau 1 giờ: 30 (km)		
Quãng đường còn lại : (x-30) (km)		
Thời gian đi quãng đường còn lại : $\frac{x-30}{40}$ (giờ)		
Lập được phương trình : $\frac{x}{30} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{x-30}{40}$		
$\Leftrightarrow 4x = 30.5 + 3(x - 30)$		
$\Leftrightarrow x = 60$ (thỏa mã đk)		
Vậy quãng đường AB là 60km		



a) (2đ)

Xét $\triangle OEB$ và $\triangle OMC$

Vì ABCD là hình vuông nên ta có $OB = OC$

Và $\widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 45^\circ$

$BE = CM$ (gt)

Suy ra $\triangle OEB = \triangle OMC$ (c.g.c)

$\Rightarrow OE = OM$ và $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$

4(5đ)

Lại có $\widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = \widehat{BOC} = 90^\circ$ vì tứ giác ABCD là hình vuông

$\widehat{O}_2 + \widehat{O}_1 = \widehat{EOM} = 90^\circ$ kết hợp với $OE = OM \Rightarrow \triangle OEM$ vuông cân tại O

b)(1.5đ)

Từ (gt) tứ giác ABCD là hình vuông $\Rightarrow AB = CD$ và $AB \parallel CD$

+ $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel CN \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MC}$ (Theo ĐL Ta-lét) (*)

Mà $BE = CM$ (gt) và $AB = CD \Rightarrow AE = BM$ thay vào (*)

Ta có : $\frac{AM}{MN} = \frac{AE}{EB} \Rightarrow ME \parallel BN$ (theo ĐL đảo của đl Ta-lét)

c)(1.5đ)

Gọi H' là giao điểm của OM và BN

Từ $ME \parallel BN \Rightarrow \widehat{OME} = \widehat{MH'B}$

Mà $\widehat{OME} = 45^\circ$ vì $\triangle OEM$ vuông cân tại O

$\Rightarrow \widehat{MH'B} = 45^\circ = \widehat{C}_1$

$\Rightarrow \triangle OMC \sim \triangle BMH'$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{OM}{BM} = \frac{MC}{MH'}$, kết hợp $\widehat{OMB} = \widehat{CMH'}$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle OMB \sim \triangle CMH'$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{MH'C} = 45^\circ$

	<p>Vậy $\widehat{BH'C} = \widehat{BH'M} + \widehat{MH'C} = 90^\circ \Rightarrow CH' \perp BN$ Mà $CH \perp BN$ ($H \in BN$) $\Rightarrow H \equiv H'$ hay 3 điểm O, M, H thẳng hàng (đpcm)</p>	0,5 0,25
5 (2,0đ)	<p>Ta có $P = \frac{2a+3b+3c+1}{2015+a} + \frac{3a+2b+3c}{2016+b} + \frac{3a+3b+2c-1}{2017+c}$ $= \frac{b+c+4033}{2015+a} + \frac{c+a+4032}{2016+b} + \frac{a+b+4031}{2017+c}$ Đặt $2015+a = x$; $2016+b = y$; $2017+c = z$; ($x, y, z > 0$) $P = \frac{b+c+4033}{2015+a} + \frac{c+a+4032}{2016+b} + \frac{a+b+4031}{2017+c}$ $P = \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z} = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{y}$ $\geq 2\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} + 2\sqrt{\frac{z}{x} \cdot \frac{x}{z}} + 2\sqrt{\frac{y}{z} \cdot \frac{z}{y}} = 6 \quad (Co-si)$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z$ suy ra $a = 673, b = 672, c = 671$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức p là 6 khi $a = 673, b = 672, c = 671$</p>	1 0,5 0,5 0,5

Chú ý:

1. Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.
2. Nếu thí sinh chứng minh bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.