

**Câu 1.** (4,0 điểm) Thực hiện phép tính:

a)  $A = 3 \cdot \{5 \cdot [(5^2 + 2^3) : 11] - 16\} + 2021;$

b)  $B = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right) + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right)$

c)  $C = \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdots \frac{899}{30^2}$

**Câu 2.** (4,0 điểm)

1. Tìm x biết:

a)  $|2x - 3| + 4 \cdot 5^2 = 103;$

b)  $(2x - 1) + (4x - 2) + \dots + (400x - 200) = 5 + 10 + \dots + 1000.$

2. Tìm các số nguyên x, y sao cho:  $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}.$

**Câu 3.** (4,0 điểm)

a) Tìm số nguyên tố p sao cho p+2; p+6; p+8; p+14 đều là số nguyên tố.

b) Tìm số tự nhiên n có 2 chữ số biết rằng 2n + 1 và 3n + 1 là các số chính phương.

c) Tìm chữ số a và số nguyên x, sao cho:  $(12 + 3x)^2 = \overline{1a96}$

**Câu 4.** (6,0 điểm)

Cho góc xBy = 55°. Trên các tia Bx; By lần lượt lấy các điểm A; C (A ≠ B; C ≠ B).

Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho góc ABD = 30°

a) Tính độ dài AC, biết AD = 4cm, CD = 3cm.

b) Tính số đo của góc DBC.

c) Từ B vẽ tia Bz sao cho góc DBz = 90°. Tính số đo góc ABz.

**Câu 5.** (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng:  $\frac{3}{5} < \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{60} < \frac{4}{5}$

b) Tìm các số nguyên dương a, b, c biết rằng:  $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$  và  $a^2 = 2(b + c).$

----- Hết -----

Họ tên thí sinh:..... Giám thị số 1:.....

Số báo danh:..... Giám thị số 2:.....

Bài	Ý	Nội Dung	Điểm
1	a) 1,5đ	$A = 3 \cdot \{5 \cdot [(5^2 + 2^3) : 11] - 16\} + 2021$ $= 3 \cdot \{5 \cdot [(25 + 8) : 11] - 16\} + 2021$	0,5
		$= 3 \cdot \{5 \cdot [33 : 11] - 16\} + 2021$ $= 3 \cdot \{5 \cdot 3 - 16\} + 2021$ $= 3 \cdot (-1) + 2021$ $= 2018$	0,5
		<b>A = 2018</b>	0,5
1	b) 1,5đ	$b) B = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right) + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right)$ $= \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) \cdot \frac{3}{-10} + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) \cdot \frac{3}{-10}$ $= \frac{3}{-10} \cdot \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11} + \frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) = \frac{3}{-10} \cdot (-1 + 1) = 0$	1,5
		$c) C = \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdots \frac{899}{30^2} = \frac{1.3}{2.2} \cdot \frac{2.4}{3.3} \cdot \frac{3.5}{4.4} \cdots \frac{29.31}{30.30}$ $= \frac{1.2.3 \cdots 29}{2.3.4 \cdots 30} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 31}{2.3.4 \cdots 30} = \frac{1}{30} \cdot \frac{31}{2} = \frac{31}{60}$	0,5
2	1.a 1,5đ	$a)  2x - 3  + 4 \cdot 5^2 = 103 \Rightarrow  2x - 3  + 100 = 103 \Rightarrow  2x - 3  = 3 \Rightarrow 2x - 3 = \pm 3$	0,25
		TH1: $2x - 3 = 3 \Rightarrow x = 3$	0,5
		TH2: $2x - 3 = -3 \Rightarrow x = 0$	0,5
		Vậy $x \in \{0; 3\}$	0,25
	1.b 1,0đ	$(2x-1) + (4x-2) + \dots + (400x-200) = 5 + 10 + \dots + 1000$ $\Rightarrow (2x-1) + 2(2x-1) + \dots + 200(2x-1) = 5 + 10 + \dots + 1000$ $\Rightarrow (2x-1) \cdot (1+2+\dots+200) = 5 \cdot (1+2+\dots+200)$	0,25
		$\Rightarrow 2x-1 = 5$	0,25
		$\Rightarrow 2x = 6$	0,25
		$\Rightarrow x = 3$	0,25
	2 1,5đ	<p>Tìm các số nguyên x ; y sao cho <math>\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}</math></p> $\forall i \frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{y}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2y+1}{6}$	0,5

		$\Rightarrow x \cdot (2y+1) = 30$ . Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2y+1$ là ước lẻ của 30 Vậy $2y+1 \in \{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 15\}$ Lập bảng ta tính được có 8 cặp số thỏa mãn:																																	
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td><math>2y+1</math></td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>-3</td> <td>5</td> <td>-5</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td><math>2y</math></td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>-4</td> <td>4</td> <td>-6</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>-3</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td>30</td> <td>-30</td> <td>10</td> <td>-10</td> <td>6</td> <td>-6</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	$2y+1$	1	-1	3	-3	5	-5	15	$2y$	0	-2	2	-4	4	-6	14	$y$	0	1	1	-2	2	-3	7	$x$	30	-30	10	-10	6	-6	2	0,5
$2y+1$	1	-1	3	-3	5	-5	15																												
$2y$	0	-2	2	-4	4	-6	14																												
$y$	0	1	1	-2	2	-3	7																												
$x$	30	-30	10	-10	6	-6	2																												
		Vậy $(x,y) \in \{(30;0); (-30;-1); (10;1); (-10;-2); (6;2); (-6;-3); (2;7); (-2;-8)\}$	0,25																																
3	a) 1,5đ	Tìm số nguyên tố $p$ sao cho $p+4; p+6; p+8; p+14$ cũng là số nguyên tố Đặt $p = 5k+r$ ( $r = 0; 1; 2; 3; 4$ và $k \in \mathbb{N}$ ) + Nếu $r = 1$ ta có $p+14 = 5k+r+14 = (5k+15) : 5$ mà $5k+15 > 5$ nên $p+14$ là hợp số	0,25																																
		+ Nếu $r = 2$ ta có $p+8 = 5k+r+8 = (5k+10) : 5$ mà $5k+10 > 5$ nên $p+8$ là hợp số	0,25																																
		+ Nếu $r = 3$ ta có $p+2 = 5k+r+2 = (5k+5) : 5$ mà $5k+5 > 5$ nên $p+2$ là hợp số	0,25																																
		+ Nếu $r = 4$ ta có $p+6 = 5k+r+6 = (5k+10) : 5$ mà $5k+10 > 5$ nên $p+6$ là hợp số	0,25																																
		Do đó $r = 0; p = 5k$ là số nguyên tố khi $k = 1 \Rightarrow p = 5$	0,25																																
		Ta có $p+2=7; p+6=11; p+8=13; p+14=19$ là các số nguyên tố Vậy $p=5$	0,25																																
	b) 1,5đ	Vì $n$ là số có 2 chữ số: $10 \leq n \leq 99$ nên $21 \leq 2n+1 \leq 199$ . Vì $2n+1$ là số chính phương nên $2n+1 \in \{25; 49; 81; 121; 169\}$ suy ra $n \in \{12; 24; 40; 60; 84\}$ Ta tìm được: $3n+1 \in \{37; 73; 121; 181; 253\}$ Vì $2n+1$ và $3n+1$ đều là số chính phương nên $n = 40$ Vậy $n = 40$ .	0,5																																
c) 1,0đ	$(12 + 3x)^2 = [3(4 + x)]^2 = 9(4 + x)^2$ . Như vậy	0,5																																	
	$1a96 : 9 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow (4 + x)^2 = 1296 : 9 = 144 = 12^2$ .	0,25																																	
	Vậy $a = 2; x = 8$ hoặc $x = -16$ .	0,25																																	
4	a) 2,0đ																																		

		$Z'$	
		a) Vì D thuộc đoạn thẳng AC nên D nằm giữa A và C $\Rightarrow AC = AD + CD = 4 + 3 = 7$ cm	
	b) 2,0đ	b) Chứng minh tia BD nằm giữa hai tia BA và BC ta có đẳng thức: $ABC = ABD + DBC$ $\Rightarrow DBC = ABC - ABD = 55^\circ - 30^\circ = 25^\circ$	2,0
	c) 2,0đ	c) Xét hai trường hợp: - Trường hợp 1: Tia Bz và BD nằm về hai phía nửa mặt phẳng có bờ là AB nên tia BA nằm giữa hai tia Bz và BD Tính được $ABz = 90^\circ - ABD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$	1,0
		- Trường hợp 2: Tia Bz' và BD nằm về cùng nửa mặt phẳng có bờ là AB nên tia BD nằm giữa hai tia Bz và BA Tính được $ABz' = 90^\circ + ABD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$	1,0
5		Đặt $S = \left(\frac{1}{31} + \dots + \frac{1}{40}\right) + \left(\frac{1}{41} + \dots + \frac{1}{50}\right) + \left(\frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{60}\right)$	
		$S > \underbrace{\frac{1}{40} + \dots + \frac{1}{40}}_{10\text{so}} + \underbrace{\frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{50}}_{10\text{so}} + \underbrace{\frac{1}{60} + \dots + \frac{1}{60}}_{10\text{so}} = \frac{10}{40} + \frac{10}{50} + \frac{10}{60} = \frac{37}{60}$	0,25
	Mà a) 1,0đ	$\frac{37}{60} > \frac{36}{60} = \frac{3}{5} \Rightarrow S > \frac{3}{5}$	0,25
		$S < \underbrace{\frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{30}}_{10\text{so}} + \underbrace{\frac{1}{40} + \dots + \frac{1}{40}}_{10\text{so}} + \underbrace{\frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{50}}_{10\text{so}} = \frac{10}{30} + \frac{10}{40} + \frac{10}{50} = \frac{47}{60}$	0,25
	Mà	$\frac{47}{60} < \frac{48}{60} = \frac{4}{5} \Rightarrow S < \frac{4}{5}$	0,25
	b) 1,0đ	Vì $a^2 = 2(b+c) \Rightarrow a^2$ là 1 số chẵn $\Rightarrow a$ chẵn, mà a, b, c nguyên dương nên từ $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc > 0 \Rightarrow a > b$ và $a > c$ $\Rightarrow 2a > b+c \Rightarrow 4a > 2(b+c) \Rightarrow 4a > a^2 \Rightarrow a < 4$ $\Rightarrow a = 2$ và $b = c = 1$	0,25 0,25 0,25

**Chú ý :** Nếu học sinh làm bài theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Bài hình nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm bài này.