

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4,0 điểm):

1/ (3,0đ): Cho $n \geq 2$. So sánh:

a/ $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ với 1; b/ $B = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}$ với $\frac{1}{2}$

2/ (1,0đ): Một hộp bi có 2020 viên bi. Hai bạn chơi bốc viên bi ra khỏi hộp, mỗi lần lấy từ 5 đến 15 viên bi. Hai bạn thay nhau bốc, ai bốc được viên bi cuối cùng thì người đó thắng. Chứng tỏ có cách chơi để bạn bốc sau luôn thắng.

Bài 2 (4,0 điểm):

1/ (2,0đ): Cho số có ba chữ số $\overline{abc}:37$. Chứng minh số $\overline{cab}:37$

2/ (2,0đ): Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2020}$; $B = \frac{1}{2019} + \frac{2}{2018} + \frac{3}{2017} + \frac{4}{2016} + \dots + \frac{2019}{1}$.

Tính $\frac{A}{B}$

Bài 3 (3,0 điểm):

1/ (1,5đ): Cho $|2x-3y| + |2y+3z| + \left| x+y+\frac{x}{z} \right| = 0$. Tìm các số x, y, z ($z \neq 0$).

2/ (1,5đ): Cho $\overline{ab}, \overline{bc}$ ($c \neq 0$) là các số có hai chữ số thỏa mãn điều kiện: $\frac{\overline{ab}}{a+b} = \frac{\overline{bc}}{b+c}$.

Chứng minh rằng: $b^2 = ac$.

Bài 4 (3,0 điểm):

1/ (1,5đ): Cho $a + b + c + d = 4000$ và $\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} = \frac{1}{40}$

Tính giá trị của: $S = \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c}$

2/ (1,5đ): Xác định tổng các hệ số của đa thức
 $f(x) = (19 - 20x + x^2)^{2021} \cdot (19 + 20x + x^2)^{2020}$

Bài 5 (6,0 điểm):

1/ (4,0đ): Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$.

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng $\triangle AMN$ đều.

c) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

2/ (2,0đ): Cho $\triangle ABC$ cân tại B, có $\widehat{ABC} = 80^\circ$. Lấy điểm I nằm trong tam giác sao cho $\widehat{AC} = 10^\circ$ và $\widehat{CA} = 30^\circ$. Tính số đo \widehat{AIB} .

-----Hết-----