PHÒNG GD&ĐT NAM TRỰC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: Toán
Thời gian làm bài 120 phút
(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1: *(4,0 điểm)*

Cho biểu thức $B = \left(\dfrac{1 - x^3}{1 - x} - x\right) : \dfrac{1 - x^2}{1 - x - x^2 + x^3}$ (với $x \neq \pm 1$)

1) Rút gọn biểu thức B.

2) Tìm giá trị của x để B < 0.

3) Tính giá trị của biểu thức B với x thỏa mãn: $|x - 4| = 5$

Bài 2: *(4,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$

2) Giải phương trình nghiệm nguyên: $2x^2 + 3xy - 2y^2 = 7$

Bài 3: *(2,0 điểm)*

Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{5}{y^2} \geq 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = 2x^2 + \dfrac{6}{x^2} + 3y^2 + \dfrac{8}{y^2}$

Bài 4: *(4,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy một điểm M bất kỳ trên cạnh AC. Từ C vẽ một đường thẳng vuông góc với tia BM, đường thẳng này cắt tia BM tại D, cắt tia BA tại E.

1) Chứng minh: EA.EB = ED.EC.

2) Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên cạnh AC thì tổng BM.BD+CM.CA có giá trị không đổi.

3) Kẻ $DH \perp BC$ $(H \in BC)$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BH, DH. Chứng minh $CQ \perp PD$.

Bài 5: *(4,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC' và H là trực tâm

1) Tính tổng $\dfrac{HA'}{AA'} + \dfrac{HB'}{BB'} + \dfrac{HC'}{CC'}$

2) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM và IN theo thứ tự là phân giác của $\widehat{AIC}$ và $\widehat{AIB}$. Chứng minh : AN.BI.CM = BN.IC.AM

Bài 6: *(2,0 điểm)*

Cần dùng ít nhất bao nhiêu tấm bìa hình tròn có bán kính bằng 1 để phủ kín một tam giác đều có cạnh bằng 3, với giả thiết không được cắt tấm bìa.

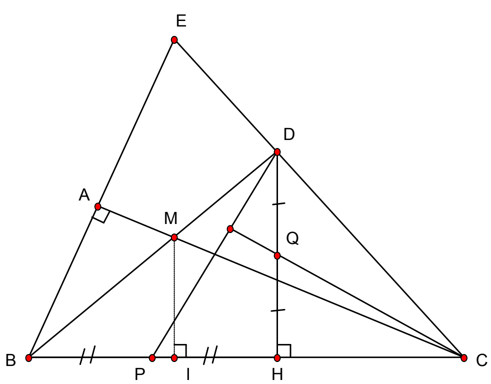
PHÒNG GD&ĐT
NAM TRỰC

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: Toán

Bài	Nội dung chính	Điểm
1 **(4,0đ)**	1) Với $x \neq \pm 1$ thì:	
	$$A = \left(1 + x + x^2 - x\right) : \frac{\left(1 - x\right)\left(1 + x\right)}{\left(1 + x\right)\left(1 - x + x^2\right) - x\left(1 + x\right)}$$	0,5
	$$= \left(x^2 + 1\right) : \frac{\left(1 - x\right)\left(1 + x\right)}{\left(1 + x\right)\left(1 - 2x + x^2\right)}$$	1,0
	$$= \left(x^2 + 1\right) : \frac{\left(1 - x\right)}{\left(1 - x\right)^2} = \left(x^2 + 1\right)\left(1 - x\right)$$	0,5
	2) Với $x \neq \pm 1$ thì B < 0 khi và chỉ khi $\left(x^2+1\right)\left(1-x\right) < 0\,(1)$	0,25
	Vì $\left(x^2+1\right) > 0$ với mọi x nên (1) xảy ra khi và chỉ khi $1 - x < 0 \Leftrightarrow x > 1$	0,5
	Vậy B < 0 khi và chỉ khi x > 1	0,25
	3) Với $\lvert x - 4 \rvert = 5 <=> x = -1; x = 9$	0,5
	Tại x = -1 không thỏa mãn điều kiện $x \neq \pm 1$	0,25
	Tại x = 9 thỏa mãn điều kiện $x \neq \pm 1$. Tính được B = - 656	0,25
2 **(4,0đ)**	1) $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$	
	Ta thấy x = 0 không là nghiệm của PT. Chia cả hai vế của phương trình cho $x^2 \neq 0$, ta được	0,5
	$$x^2 + 3x + 4 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$	
	$$\Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$$	0,5
	Đặt $x + \frac{1}{x} = y$ thì $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$, ta được PT: $y^2 + 3y + 2 = 0$ (*)	0,5
	Giải (*) được $y_1 = -1$; $y_2 = -2$	
	Với $y_1 = -1$ ta có $x + \frac{1}{x} = -1$ nên $x^2 + x + 1 = 0$. PT vô nghiệm	0,25
	Với $y_1 = -2$ ta có $x + \frac{1}{x} = -2$ nên $\left(x+1\right)^2 = 0$, do đó x = -1	0,25
	Vậy S= $\{-1\}$	
	2) Ta có $2x^2 + 3xy - 2y^2 = 7$	
	$\Leftrightarrow 2x^2 + 4xy - xy - 2y^2 = 7$	
	$\Leftrightarrow 2x(x + 2y) - y(x + 2y) = 7$	
	$\Leftrightarrow (2x - y)(x + 2y) = 7$	0,5
	Vì x, y nguyên nên 2x-y, x+2y nguyên và là ước của 7	
	Mà 7 = 1.7 = (-1).(-7) = 7.1 = (-7).(-1)	0,5
	Ta có bảng sau:	

2x-y	1	-1	7	-7
x+2y	7	-7	1	-1
x	1,8(loại)	-1,8(loại)	3	-3
y	2,6(loại)	-2,6(loại)	-1	1

0,75

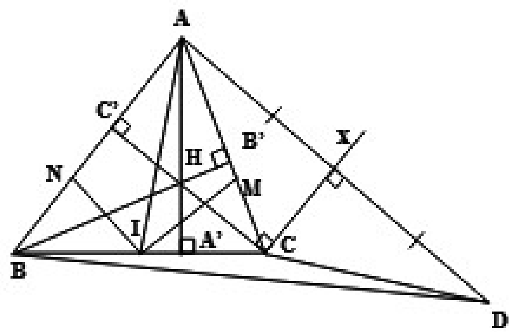
	Vậy nghiệm của phương trình là $(x,y)\in\{(3;-1);(-3;1)\}$	0,25
3 **(2đ)**	Ta có $Q = 2x^2 + \dfrac{6}{x^2} + 3y^2 + \dfrac{8}{y^2}$ $= 2x^2 + \dfrac{2}{x^2} + 3y^2 + \dfrac{3}{y^2} + \dfrac{4}{x^2} + \dfrac{5}{y^2}$ $= 2\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right) + 3\left(y^2 + \dfrac{1}{y^2}\right) + \left(\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{5}{y^2}\right)$ Ta có $2\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right) \ge 2.2 = 4$ Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (Vì x > 0) $3\left(y^2 + \dfrac{1}{y^2}\right) \ge 3.2 = 6$. Dấu “=” xảy ra khi $y^2 = 1 \Leftrightarrow y = 1$ (Vì y > 0) $\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{5}{y^2} \ge 9$ (gt). Khi $x = 1$; $y = 1$ thì dấu “=” xảy ra => $Q \ge 4 + 6 + 9 = 19$ Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là 19 khi $x = y = 1$	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25
4 **(4,0đ)**		
	1) Chứng minh EA.EB = ED.EC - Chứng minh Δ EBD đồng dạng với Δ ECA (g-g) - Từ đó suy ra $\dfrac{EB}{EC} = \dfrac{ED}{EA} \Rightarrow EA.EB = ED.EC$	0,5 0,5
	2) Kẻ MI vuông góc với BC ($I \in BC$). Ta có Δ BIM đồng dạng với Δ BDC (g-g) $\Rightarrow \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{BI}{BD} \Rightarrow BM.BD = BI.BC$ (1) Tương tự: Δ ACB đồng dạng với Δ ICM (g-g) $\Rightarrow \dfrac{CM}{BC} = \dfrac{CI}{CA} \Rightarrow CM.CA = CI.BC$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $BM.BD + CM.CA = BI.BC + CI.BC = BC(BI + CI) = BC^2$ (không đổi)	0,5 0,5 0,5
	3) Chứng minh Δ BHD đồng dạng với Δ DHC (g-g) $\Rightarrow \dfrac{BH}{DH} = \dfrac{BD}{DC} \Rightarrow \dfrac{2BP}{2DQ} = \dfrac{BD}{DC} \Rightarrow \dfrac{BP}{DQ} = \dfrac{BD}{DC}$ - Chứng minh Δ DPB đồng dạng với Δ CQD (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{BDP} = \widehat{DCQ}$ mà $\widehat{BDP} + \widehat{PDC} = 90^o \Rightarrow \widehat{DCQ} + \widehat{PDC} = 90^o \Rightarrow CQ \perp PD$	0,5 0,25 0,5 0,25

<table>
<tr>
<td>5
(4đ)</td>
<td>1) $\dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \dfrac{\frac{1}{2}HA'.BC}{\frac{1}{2}AA'.BC} = \dfrac{HA'}{AA'}$

tương tự: $\dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \dfrac{HC}{CC'}$; $\dfrac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \dfrac{HB'}{BB'}$

Suy ra: $\dfrac{HA'}{AA'} + \dfrac{HB'}{BB'} + \dfrac{HC'}{CC'} = \dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1$

2)
Áp dụng tính chất đường phân giác vào các tam giác: ABC; ABI; AIC
$\dfrac{BI}{IC} = \dfrac{AB}{AC}$; $\dfrac{AN}{NB} = \dfrac{AI}{BI}$; $\dfrac{CM}{MA} = \dfrac{IC}{AI}$
Suy ra: $\dfrac{BI}{IC}.\dfrac{AN}{NB}.\dfrac{CM}{MA} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{AI}{BI}.\dfrac{IC}{AI} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{IC}{BI} = 1$
$\Rightarrow BI.AN.CM = IC.NB.MA$

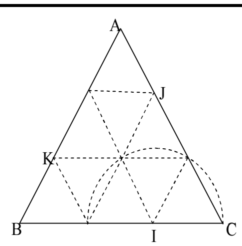

</td>
<td>0.5

1.

0.5

0.75

1

0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>6
(2đ)</td>
<td>

Giả sử ABC là tam giác đều có cạnh bằng 3. Chia mỗi cạnh của tam giác ABC thành ba phần bằng nhau. Nối các điểm chia bởi các đoạn thẳng song song với các cạnh, tam giác ABC được chia thành 9 tam giác đều có cạnh bằng 1.
Gọi I, J, K lần lượt là 3 điểm trên các cạnh BC, CA và AB sao cho IC = JA = KB =1. Ba đường tròn bán kính bằng 1, tâm tương ứng là I, J, K sẽ phủ kín được tam giác ABC (mỗi hình tròn phủ được 3 tam giác nhỏ). Như vậy dùng 3 tấm bìa sẽ phủ kín được tam giác ABC.
Số tấm bìa ít nhất phải dùng cũng là 3, bởi vì nếu ngược lại sẽ phải có hai trong ba đỉnh của tam giác ABC thuộc một hình tròn bán kính 1. Điều này không thể xảy ra bởi vì cạnh của tam giác ABC bằng 3.</td>
<td>0,75

0,75

0,5</td>
</tr>
</table>

Nếu học sinh có cách giải khác đáp án mà đúng thì cho điểm tương đương