

Họ và tên thí sinh:.....

Chữ ký giám thị 1:

Số báo danh:.....

.....

PHÒNG GD&ĐT THỊ XÃ GIÁ RAI KỶ THI CHỌN HSG LỚP 8 VÒNG THỊ
NĂM HỌC 2015 - 2016

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Gồm 01 trang)

* Môn thi: TOÁN

* Ngày thi: 24/4/2016

* Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ

Câu 1: (5 điểm)

- a) Chứng minh rằng: $n^3 + 20n$ chia hết cho 48, với mọi n chẵn.
b) Tính $S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 2015^2 - 2016^2 + 2017^2$

Câu 2: (5 điểm)

- a) Tìm x, y, z thỏa mãn: $x^2 + 4y^2 + z^2 = 2x + 12y + 4z - 14$
b) Chứng minh: $x^5 + y^5 \geq x^4y + xy^4$ với $x \neq y; x + y \geq 0$

Câu 3: (5 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x^4 + x^3 + x + 1}{x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1}$

- a) Rút gọn biểu thức A .
b) Chứng tỏ rằng A không âm với mọi giá trị của x .
c) Tìm giá trị nhỏ nhất của A .

Câu 4: (5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn; ba đường cao BD , CE và AF cắt nhau tại H . Chứng minh rằng:

- a) $HD.HB = HE.HC$
b) $BH.BD + CH.CE = BC^2$
c) $\frac{AE}{CF} \cdot \frac{BE}{DE} \cdot \frac{DF}{BF} = 1$

--- HẾT ---

ĐỀ CHÍNH THỨC

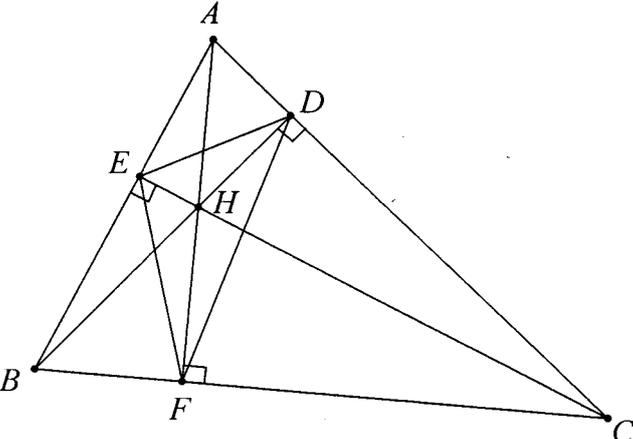
(Gồm 04 trang)

* Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Số điểm
1 (5 điểm)		
a)	Ta có: $n \in \mathbb{Z}$, n chẵn $\Rightarrow n = 2k, k \in \mathbb{Z}$	0,25đ
	Khi đó: $n^3 + 20n = 8k^3 + 40k$	0,25đ
	$= 8k(k^2 + 5)$	0,25đ
	$= 8k[(k^2 - 1) + 6]$	0,5đ
	$= 8k(k - 1)(k + 1) + 48k$	0,25đ
	Mà: $k(k - 1)(k + 1) : 6, \forall k \in \mathbb{Z}$	0,25đ
$\Rightarrow \begin{cases} 8k(k - 1)(k + 1) : 48 \\ 48k : 48 \end{cases}; \forall k \in \mathbb{Z}$	0,5đ	
Vậy: $n^3 + 20n : 48; \forall n \in \mathbb{Z}$ và n chẵn	0,25đ	
b)	Ta có: $S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 2015^2 - 2016^2 + 2017^2$	
	$= 1^2 + (3^2 - 2^2) + (5^2 - 4^2) + \dots + (2017^2 - 2016^2)$	0,5đ
	$= 1 + (3 + 2)(3 - 2) + (5 + 4)(5 - 4) + \dots + (2017 + 2016)(2017 - 2016)$	0,5đ
	$= 1 + (3 + 2) + (5 + 4) + \dots + (2017 + 2016)$	0,5đ
	$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 2017$	0,25đ
	$= (1 + 2017) \cdot 2017 : 2 = 2035153$	0,5đ
$S = 2035153$	0,25đ	
2 (5 điểm)		
a)	Ta có: $x^2 + 4y^2 + z^2 = 2x + 12y + 4z - 14$	
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 4y^2 - 12y + 9 + z^2 - 4z + 4 = 0$	1đ
	$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (2y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 0$	0,75đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2y - 3 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \\ z = 2 \end{cases}$	0,5đ

	Vậy: $\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \\ z = 2 \end{cases}$	0,25đ
b)	Ta có: $x^5 + y^5 \geq x^4y + xy^4$	0,25đ
	$\Leftrightarrow x^5 - x^4y + y^5 - xy^4 \geq 0$	0,5đ
	$\Leftrightarrow x^4(x - y) - y^4(x - y) \geq 0$	0,5đ
	$\Leftrightarrow (x - y)(x^4 - y^4) \geq 0$	0,75đ
	$\Leftrightarrow (x - y)^2(x + y)(x^2 + y^2) \geq 0$ (luôn đúng)	0,25đ
	Vì: $x \neq y \Rightarrow (x - y)^2 > 0; (x + y) \geq 0; (x^2 + y^2) \geq 0$	0,25đ
	Vậy: $x^5 + y^5 \geq x^4y + xy^4$ với $x, y \neq 0; x + y \geq 0$	0,25đ
3 (5 điểm)		
a)	Ta có: $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 = (x^2 + 1)(x^2 - x + 1)$	0,75đ
	Mà: $\begin{cases} x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0; \forall x \\ x^2 + 1 > 0; \forall x \end{cases}$	0,25đ
	$\Rightarrow (x^2 + 1)(x^2 - x + 1) > 0; \forall x$	0,25đ
	Vậy: A luôn xác định với mọi giá trị của x	0,25đ
	Ta lại có: $x^4 + x^3 + x + 1 = (x + 1)^2(x^2 - x + 1)$	0,75đ
	$\Rightarrow A = \frac{(x + 1)^2(x^2 - x + 1)}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} = \frac{(x + 1)^2}{x^2 + 1}$	0,5đ
	Vậy: $A = \frac{(x + 1)^2}{x^2 + 1}$	0,25đ
b)	Ta có: $\begin{cases} (x + 1)^2 \geq 0; \forall x \\ x^2 + 1 > 0; \forall x \end{cases}$	0,5đ
	$\Rightarrow \frac{(x + 1)^2}{x^2 + 1} \geq 0; \forall x$	0,25đ
	Vậy: $A \geq 0; \forall x$	0,25đ
c)	Ta có: $A \geq 0; \forall x$	0,25đ
	Vậy: $\text{Min}A = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$	0,75đ
4 (5 điểm)	Hình vẽ đúng	0,25đ

		
a)	<p>Xét $\triangle HEB$ ($\widehat{HEB} = 90^\circ$) và $\triangle HDC$ ($\widehat{HDC} = 90^\circ$) có:</p> <p>$\widehat{BHE} = \widehat{CHD}$ (2 góc đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle HEB \sim \triangle HDC$ (1 góc nhọn) $\Rightarrow \frac{HE}{HD} = \frac{HB}{HC}$ $\Rightarrow HD \cdot HB = HE \cdot HC$</p>	<p>1đ 0,25đ 0,25đ</p>
b)	<p>Xét $\triangle BHF$ ($\widehat{BFH} = 90^\circ$) và $\triangle BCD$ ($\widehat{BDC} = 90^\circ$) có:</p> <p>\widehat{DBC} chung $\Rightarrow \triangle BHF \sim \triangle BCD$ (1 góc nhọn) $\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BF}{BD}$ $\Rightarrow BH \cdot BD = BF \cdot BC$ (1)</p> <p>Chứng minh tương tự: $\Rightarrow \triangle CHF \sim \triangle CBE$ (1 góc nhọn) $\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CF}{CE}$ $\Rightarrow CH \cdot CE = CF \cdot CB$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta được: $BH \cdot BD + CH \cdot CE = BF \cdot BC + CF \cdot CB$ $= BC(BF + CF) = BC^2$</p> <p>Vậy: $BH \cdot BD + CH \cdot CE = BC^2$</p>	<p>0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ</p>
c)	<p>Xét $\triangle ADB$ ($\widehat{ADB} = 90^\circ$) và $\triangle AEC$ ($\widehat{AEC} = 90^\circ$) có:</p> <p>\widehat{BAC} chung $\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle AEC$ (1 góc nhọn) $\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$</p> <p>Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ABC$ có:</p>	<p>0,25đ</p>

\widehat{BAC} chung	
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (chứng minh trên)	
$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$ (c-g-c)	
$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{AC}{BC}$ (3)	0,5đ
Chứng minh tương tự:	
$\triangle BEF \sim \triangle BCA$ (c-g-c)	
$\Rightarrow \frac{BE}{BF} = \frac{BC}{BA}$ (4)	0,25đ
Và: $\triangle CDF \sim \triangle CBA$ (c-g-c)	
$\Rightarrow \frac{DF}{CF} = \frac{BA}{CA}$ (5)	0,25đ
Từ (3), (4), (5) suy ra:	
$\frac{AE}{DE} \cdot \frac{BE}{BF} \cdot \frac{DF}{CF} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BC}{BA} \cdot \frac{BA}{CA} = 1$	0,25đ
Hay: $\frac{AE}{CF} \cdot \frac{BE}{DE} \cdot \frac{DF}{BF} = 1$	0,25đ

--- HẾT ---