

TRƯỜNG THCS CAO XUÂN HUY

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG, LỚP 8  
NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: Toán ( Thời gian làm bài 120 phút )

**Bài 1.** (5,0 điểm)

1. Chứng minh rằng  $n(3n^2 + 2022)$  chia hết cho 9 với mọi số nguyên  $n$
2. Xác định các hệ số  $a, b$  để đa thức  $f(x) = x^4 + ax^2 + b$  chia hết cho đa thức  $g(x) = x^2 - 3x + 2$
3. Cho các số nguyên  $a, b, c, d$  thỏa mãn:  $a + b = c + d$ .  
Chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  là tổng của ba số chính phương

**Bài 2.** (4,0 điểm)

1. Tìm các cặp số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $x^2 + 2y^2 + xy - 2xy^2 = x + y + 1$
2. Giải phương trình:  $(x-2022)^3 + (x-2023)^3 = (2x - 4045)^3$

**Bài 3.** (4,0 điểm)

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{x^2 - 2x + 2022}{x^2}$$

2. Cho các số  $x, y, z \geq 0$  và  $x + y + z = 1$ .

Chứng minh rằng:  $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$

**Bài 4.** (6,0 điểm)

1. Cho hình vuông ABCD, trên tia đối của tia BA lấy M, trên tia đối của tia CB lấy N sao cho  $AM = CN$ 
  - a) Chứng minh  $\Delta MDN$  vuông cân
  - b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi K là trung điểm MN. Chứng minh O, C, K thẳng hàng.
2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ), đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB (D thuộc AB). Gọi I là trung điểm của AD, trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho  $BK = BH$ . Chứng minh KD vuông góc với HI

- Bài 5.** (1,0 điểm) Cho  $x$  là số thực sao cho  $x + \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$ , chứng minh với mọi số nguyên dương  $n$  thì

$$x^n + \frac{1}{x^n} \in \mathbb{Z}$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh: .....