

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề này có 01 trang, gồm 04 câu)

Ngày thi thứ hai: 23/9/2020
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (5,0 điểm).

Cho dãy số thực (a_n) thỏa mãn:

$$a_1 = 1, a_{1011} = 0, a_{n+1} = 2a_2 a_n - a_{n-1} \quad (n > 1)$$

Tính tổng $a_{2020} + a_2$.

Câu 2: (5,0 điểm).

Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n để đa thức $f_n(x) = x^{2n+2} - 2(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 x^{n+1} + (a_1^4 + a_2^4 + \dots + a_n^4 + 1)$ có ít nhất một nghiệm nguyên.

Câu 3: (5,0 điểm).

Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $\frac{a+b^3}{a^2+3ab+3b^2-1}$ là một số nguyên.

Chứng minh rằng $a^2+3ab+3b^2-1$ chia hết cho lập phương của một số nguyên lớn hơn 1.

Câu 4: (5,0 điểm).

Cho ΔABC , đường tròn (O) cắt cạnh BC tại hai điểm D, E (D nằm giữa B và E), cắt cạnh CA tại hai điểm F, G (F nằm giữa C và G) và cắt cạnh AB tại hai điểm H, I (H nằm giữa A và I). Gọi M là giao điểm của DF và EI ; N là giao điểm của EG và FH ; P là giao điểm của GI và HD . Chứng minh rằng các đường thẳng AM, BN và CP đồng quy tại một điểm.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.