

Bài 1 (4 điểm)

a/ Tìm x biết:
$$\frac{7,5 + 1,5 + \frac{5}{4} + \frac{5}{11}}{10,5 + 2,1 + \frac{7}{4} + \frac{7}{11}} + x = \frac{6}{7}$$

b/ Trong dãy số 1, 3, 4, 7, 11, 18, ..., bắt đầu từ số hạng thứ ba thì mỗi số hạng bằng tổng của 2 số hạng trước nó. Hỏi có bao nhiêu số lẻ trong 100 số hạng đầu tiên của dãy?

Bài 2 (4 điểm).

a/ Tìm các số có dạng $\overline{21a5b}$ chia hết cho cả 4 và 7

b/ Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020}$. Tìm số tự nhiên n sao cho: $4A + 5 = 5^n$

Bài 3 (6 điểm)

a/ Tìm số tự nhiên a biết 398 chia cho a dư 38, 450 chia cho a dư 18.

b/ Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết khi chia số đó cho 36, 40, 42 lần lượt được các số dư là 34, 38, 40.

Bài 4 (3 điểm). Trên quãng đường AB, hai ô tô đi ngược chiều nhau và cùng khởi hành một lúc thì sau 6 giờ sẽ gặp nhau. Biết vận tốc xe đi từ A bằng $\frac{4}{3}$ vận tốc xe đi từ B. Hỏi xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B bao lâu để hai xe gặp nhau ở chính giữa quãng đường AB?

Bài 5 (3 điểm).

a/ Cho 5 đường thẳng phân biệt cùng đi qua điểm O. Chứng tỏ rằng: Trong các góc đỉnh O, có ít nhất 2 góc có số đo không lớn hơn 36° .

b/ Ta có thể dùng 48 hình vuông giống nhau để tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật khác nhau?

Ví dụ: $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$ và $\square\square\square$ được coi là một hình chữ nhật

Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1	a 2đ	$\frac{7,5 + 1,5 + \frac{5}{4} + \frac{5}{11}}{10,5 + 2,1 + \frac{7}{4} + \frac{7}{11}} + x = \frac{6}{7} \Rightarrow x = \frac{6}{7} - \frac{7,5 + 1,5 + \frac{5}{4} + \frac{5}{11}}{10,5 + 2,1 + \frac{7}{4} + \frac{7}{11}}$	0,5
		$\Rightarrow x = \frac{6}{7} - \frac{5(1,5 + 0,3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{11})}{7(1,5 + 0,3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{11})} = \frac{6}{7} - \frac{5}{7} = \frac{1}{7}$	1.25
		Vậy: $x = \frac{1}{7}$	0.25
1 (4đ)	b 2đ	<p>Trong dãy số 1, 3, 4, 7, 11, 18, ..., bắt đầu từ số hạng thứ ba thì mỗi số hạng bằng tổng của 2 số hạng trước nó. Hỏi có bao nhiêu số lẻ trong 100 số hạng đầu tiên của dãy?</p> <p>Viết lại dãy: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76,...</p>	
Tính chẵn lẻ của các số hạng thứ tự là: lẻ, lẻ, chẵn, lẻ, lẻ, chẵn, lẻ, lẻ, chẵn, ... hay (lẻ, lẻ, chẵn), (lẻ, lẻ, chẵn), (lẻ, lẻ, chẵn), ...		0.5	
tức là dãy số được chia các nhóm gồm 3 số hạng liên tiếp nhau (lẻ, lẻ, chẵn)			
Ta thấy: $99 = 3.33$ nên số hạng thứ 100 là lẻ		0.5	
		Trong 99 số hạng đầu tiên có 33 nhóm tức là có 33 số lẻ	0.5
		Vì vậy: Trong 100 số hạng đầu tiên có $100 - 33 = 67$ số lẻ	0.5
2 (4đ)	a 2.5 đ	<p>Tìm các số có dạng $\overline{21a5b}$ chia hết cho cả 4 và 7</p> <p>Ta có: $\overline{21a5b} = \overline{21a00} + \overline{5b} = 100.\overline{21a} + \overline{5b}$</p>	0,5
		<p>Vì $100 : 4 \Rightarrow 100.\overline{21a} : 4$ nên để $\overline{21a5b} : 4$ thì $\overline{5b} : 4 \Rightarrow b \in \{2; 6\}$</p>	0,5
		<p>* $b = 2 \Rightarrow \overline{21a5b} = 2152 + 100a = (21049 + 98a) + (2a + 3)$</p> <p>Vì $21049 : 7$ và $98a : 7$ nên để $\overline{21a5b} : 7$ thì $2a + 3 : 7$</p>	
		<p>Mặt khác: $2a + 3$ lẻ và $3 \leq 2a + 3 \leq 21$</p> <p>$\Rightarrow 2a + 3 \in \{7; 21\} \Rightarrow 2a \in \{4; 18\} \Rightarrow a \in \{2; 9\}$</p>	0,5
		<p>* $b = 6 \Rightarrow \overline{21a5b} = 2156 + 100a = (21056 + 98a) + 2a$</p> <p>Vì $21056 : 7$ và $98a : 7$ nên để $\overline{21a5b} : 7$ thì $2a : 7 \Rightarrow a = 7$</p>	0,5
		<p>Vậy các số $\overline{21a5b}$ cần tìm là: 21252; 21952; 21756</p>	0,5

		<p>Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020}$. Tìm số tự nhiên n sao cho: $4A + 5 = 5^n$</p> <p>Ta có: $5A = 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020} + 5^{2021}$ và $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020}$</p> <p>$\Rightarrow 5A - A = (5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020} + 5^{2021}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020})$</p> <p>$\Rightarrow 4A = 5^{2021} - 5 \Rightarrow 4A + 5 = 5^{2021}$</p> <p>Để $4A + 5 = 5^n \Rightarrow 5^{2021} = 5^n \Rightarrow n = 2021$</p>	0,5 0,5 0,5
	a 3đ	<p>Tìm số tự nhiên a biết 398 chia cho a dư 38, 450 chia cho a dư 18.</p> <p>Vì 398 chia cho a dư 38 ($a > 38$) nên $398 - 38 \vdots a \Rightarrow 360 \vdots a$</p> <p>450 chia cho a dư 18 ($a > 18$) nên $450 - 18 \vdots a \Rightarrow 432 \vdots a$</p> <p>$\Rightarrow a \in \text{ƯC}(360; 432)$</p> <p>Mà: $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ và $432 = 2^4 \cdot 3^3$ nên $\text{ƯCLN}(360; 432) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$</p> <p>$\Rightarrow a \in \text{Ư}(72)$, do $a > 38 \Rightarrow a = 72$</p> <p>Vậy: $a = 72$</p>	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
	3 (6đ)	<p>Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết khi chia số đó cho 36, 40, 42 lần lượt được các số dư là 34, 38, 40.</p> <p>Gọi số cần tìm là x ($x \in \mathbb{N}$)</p> <p>Vì khi chia x cho 36, 40, 42 lần lượt được các số dư là 34, 38, 40</p> <p>Nên $x + 2$ chia hết cho 36, 40, 42</p>	0,5 0,5
	b 3đ	<p>Mặt khác x nhỏ nhất nên $x + 2$ nhỏ nhất</p> <p>Do đó $x + 2 = \text{BCNN}(36; 40; 42)$</p> <p>Ta có: $36 = 2^2 \cdot 3^2$; $40 = 2^3 \cdot 5$; $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$</p> <p>$\Rightarrow \text{BCNN}(36; 40; 42) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$</p> <p>$\Rightarrow x + 2 = 2520 \Rightarrow x = 2520 - 2 = 2518$</p> <p>Vậy số cần tìm là 2518</p>	0,5 0,5 0,5
4 (3đ)		<p>Trên quãng đường AB, hai ô tô đi ngược chiều nhau và cùng khởi hành một lúc thì sau 6 giờ sẽ gặp nhau. Biết vận tốc xe đi từ A bằng $\frac{4}{3}$ vận tốc xe đi từ B. Hỏi xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B bao lâu để hai xe gặp nhau ở chính giữa quãng đường AB?</p> <p>Vì vận tốc xe đi từ A bằng $\frac{4}{3}$ vận tốc xe đi từ B nên nếu hai xe cùng khởi hành và gặp nhau thì quãng đường xe đi từ A đi được bằng $\frac{4}{3}$ quãng đường xe đi từ B đi được.</p> <p>\Rightarrow Xe đi từ A đi được $\frac{4}{7}$ quãng đường và xe đi từ B đi được $\frac{3}{7}$ quãng đường thì hết 6 giờ.</p>	0,5 0,5

	<p>⇒ Thời gian xe đi từ A đi được nửa quãng đường là:</p> $\left(6:\frac{4}{7}\right):2 = \frac{21}{4} \text{ (h)}$ <p>Thời gian xe đi từ A đi được nửa quãng đường là:</p> $\left(6:\frac{3}{7}\right):2 = 7 \text{ (h)}$ <p>Để hai xe gặp nhau chính giữa quãng đường thì xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B là: $7 - \frac{21}{4} = \frac{7}{4} \text{ (h)} = 1\text{h}45'$</p>	0,5	
	<p>Thời gian xe đi từ A đi được nửa quãng đường là:</p> $\left(6:\frac{3}{7}\right):2 = 7 \text{ (h)}$ <p>Để hai xe gặp nhau chính giữa quãng đường thì xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B là: $7 - \frac{21}{4} = \frac{7}{4} \text{ (h)} = 1\text{h}45'$</p>	0,5	
	<p>Để hai xe gặp nhau chính giữa quãng đường thì xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B là: $7 - \frac{21}{4} = \frac{7}{4} \text{ (h)} = 1\text{h}45'$</p>	1	
5 (3đ)	<p><i>Cho 5 đường thẳng phân biệt cùng đi qua điểm O. Chứng tỏ rằng: Trong các góc đỉnh O, có ít nhất 2 góc có số đo không lớn hơn 36°.</i></p> <p>Ta thấy: 5 đường thẳng cùng đi qua O thì trên hình vẽ có 10 góc “độc lập” (không có điểm trong chung), trong số đó có 5 cặp góc đối đỉnh. Giả sử đó là các cặp góc: A₁ và A₂; B₁ và B₂; C₁ và A₂; D₁ và D₂; E₁ và E₂.</p> <p>Khi đó: $A_1 + A_2 + B_1 + B_2 + C_1 + A_2 + D_1 + D_2 + E_1 + E_2 = 360^0$</p> <p>Hay: $A_1 + B_1 + C_1 + D_1 + E_1 = 180^0$</p> <p>Nếu 5 góc A₁, B₁, C₁, D₁, E₁ đều lớn hơn 36° thì tổng của chúng lớn hơn $5.36^0 = 180^0 \Rightarrow$ Vô lý. Vì vậy trong 5 góc A₁, B₁, C₁, D₁, E₁ có ít nhất 1 góc không lớn hơn 36° \Rightarrow góc đối đỉnh với nó cũng không lớn hơn 36° \Rightarrow Trong các góc có trên hình vẽ, có ít nhất 2 góc có số đo không lớn hơn 36°.</p>	0.5	
	a 1.5 đ	<p>Khi đó: $A_1 + A_2 + B_1 + B_2 + C_1 + A_2 + D_1 + D_2 + E_1 + E_2 = 360^0$</p> <p>Hay: $A_1 + B_1 + C_1 + D_1 + E_1 = 180^0$</p> <p>Nếu 5 góc A₁, B₁, C₁, D₁, E₁ đều lớn hơn 36° thì tổng của chúng lớn hơn $5.36^0 = 180^0 \Rightarrow$ Vô lý. Vì vậy trong 5 góc A₁, B₁, C₁, D₁, E₁ có ít nhất 1 góc không lớn hơn 36° \Rightarrow góc đối đỉnh với nó cũng không lớn hơn 36° \Rightarrow Trong các góc có trên hình vẽ, có ít nhất 2 góc có số đo không lớn hơn 36°.</p>	0.5
		<p><i>Ta có thể dùng 48 hình vuông giống nhau để tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật khác nhau?</i></p> <p>Bản chất của bài toán là phân tích một số ra thừa số:</p> $48 = 2^4.3$ $= 1.48$ $= 2.24$ $= 3.16$ $= 4.12$ $= 6.8$ <p>Như vậy từ 48 hình vuông giống nhau sẽ có 5 cách sắp xếp để tạo ra 5 hình chữ nhật khác nhau.</p>	0.5
b 1.5 đ	<p>Bản chất của bài toán là phân tích một số ra thừa số:</p> $48 = 2^4.3$ $= 1.48$ $= 2.24$ $= 3.16$ $= 4.12$ $= 6.8$ <p>Như vậy từ 48 hình vuông giống nhau sẽ có 5 cách sắp xếp để tạo ra 5 hình chữ nhật khác nhau.</p>	1	
	<p>Như vậy từ 48 hình vuông giống nhau sẽ có 5 cách sắp xếp để tạo ra 5 hình chữ nhật khác nhau.</p>	0.5	

Ghi chú: Học sinh làm cách khác đúng chấm điểm tương đương.