

Bài I (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x} - x - 3}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x} + 3}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2}{2\sqrt{x} + 3}$ khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức P .
- 3) Tìm các giá trị của x để $3P$ là số nguyên.

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một hình chữ nhật có diện tích bằng $120m^2$. Nếu tăng chiều rộng thêm $2m$ đồng thời giảm chiều dài đi $5m$, thì thu được một hình vuông. Tìm chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu theo mét.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x-4}} + \frac{4}{y+2} = 7 \\ \frac{5}{\sqrt{x-4}} - \frac{1}{y+2} = 4 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m = 0$ (ẩn x).

a) Giải phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định không đi qua O . A là một điểm di động trên cung lớn BC ($AB < AC$) sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao BE , CF cắt nhau tại H . Gọi K là giao điểm của đường thẳng EF và đường thẳng BC .

1) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

2) Chứng minh $KB \cdot KC = KE \cdot KF$.

3) Gọi M giao điểm của AK với đường tròn (O) (M khác A). Chứng minh MH vuông góc với AK .

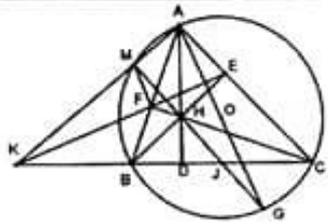
4) Chứng minh đường thẳng MH luôn đi qua một điểm cố định khi A di động trên cung lớn BC .

Bài V (0,5 điểm)

Với a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^4 + b^4 + 4ab$.

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

BAI	Y	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
I		HƯỚNG DẪN CHẤM	2,0
	1	Tính giá trị ... (0,5 điểm)	
		Thay $x=9$ vào biểu thức A .	0,25
		Tính được $A = \frac{2}{9}$.	0,25
	2	Rút gọn....(1,0 điểm)	
		Với $x \geq 0, x \neq 1$	
		Xét $\frac{\sqrt{x}-x-3}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-x-3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-x-3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25
		Vậy $P = \left(\frac{\sqrt{x}-x-3}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}+1} \right) = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} \cdot \frac{x+\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+3}$	0,25
		$= \frac{2}{2\sqrt{x}+3}$.	0,25
2	Tìm giá trị của x để ... (0,5 điểm)		
	Với $x \geq 0, x \neq 1$, khi đó $3P = \frac{6}{2\sqrt{x}+3} > 0$	0,25	
	Với $x \geq 0, x \neq 1$, khi đó $3P = \frac{6}{2\sqrt{x}+3} \leq \frac{6}{3} = 2$		
	Vì $3P$ nguyên suy ra $3P \in \{1; 2\}$		
	$3P = 1 \Leftrightarrow \frac{6}{2\sqrt{x}+3} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$.	0,25	
	$3P = 2 \Leftrightarrow \frac{6}{2\sqrt{x}+3} = 2 \Leftrightarrow x = 0$.		
	Vậy các giá trị của x để $3P$ nguyên là $x \in \left\{ 0; \frac{9}{4} \right\}$.		
II		Giải bài toán bằng cách lập phương trình(2,0 điểm)	2,0
		Gọi chiều dài của hình chữ nhật là a (m), chiều rộng của hình chữ nhật là b (m) ($a > 0, b > 0$).	0,25
		Chiều dài hình chữ nhật sau khi giảm 5 m là $a - 5$ (m), Chiều rộng hình chữ nhật sau khi tăng 2 m là $b + 2$ (m),	0,25
		Vì sau khi tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 5 m, thì thu được một hình vuông nên $a - 5 = b + 2 \Rightarrow a = b + 7$.	0,25
		Vì diện tích hình chữ nhật ban đầu là 120 m^2 nên ta có : $ab = 120$.	0,25
		Suy ra $(b + 7)b = 120 \Leftrightarrow b^2 + 7b - 120 = 0$.	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 8 \Rightarrow a = 15 \\ b = -15(l) \end{cases}$	0,5
		Vậy hình chữ nhật có chiều dài bằng 15 m, chiều rộng bằng 8 m.	0,25
III			2,0
	1	Giải hệ phương trình (1,0 điểm)	
	Điều kiện xác định: $x > 4, y \neq -2$.	$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x-4}} + \frac{4}{y+2} = 7 \\ \frac{5}{\sqrt{x-4}} - \frac{1}{y+2} = 4 \end{cases}$	0,25

	<p>Tìm được $\frac{1}{\sqrt{x-4}} = 1$ và $\frac{1}{y+2} = 1$ suy ra $\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$</p>	0,5	
	Kết luận: hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (5; -1)$.	0,25	
2	a) Với $m = 1 \dots (0,5 \text{ điểm})$		
	Thay $m = 1$ vào phương trình ta được $x^2 - 4x + 3 = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 3\}$.	0,25	
	b) Tìm m để ... $(0,5 \text{ điểm})$		
	Vì $\Delta' = 1$ nên phương trình luôn có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính được $x_1^2 + x_2^2 = 2m^2 + 4m + 4$.	0,25	
	Chứng minh $x_1^2 + x_2^2 = 2(m+1)^2 + 2 \geq 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $x_1^2 + x_2^2$ bằng 2. Dấu bằng xảy ra khi $m = -1$.	0,25	
IV		3,5	
1	Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp (1,0 điểm)		
		Vẽ hình đúng câu a.	0,25
		$BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$	0,5
		$CF \perp AB \Rightarrow \widehat{CFB} = 90^\circ$	
		Tứ giác BCEF có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ Suy ra tứ giác BCEF nội tiếp	0,25
	2	Chứng minh $KB.KC = KE.KF$ (1,0 điểm)	
	Chứng minh được $\widehat{KEB} = \widehat{KCF}$	0,25	
	Suy ra $\Delta KEB \sim \Delta KCF (g-g)$	0,25	
	suy ra $\frac{KB}{KF} = \frac{KE}{KC}$	0,25	
	Kết luận $KB.KC = KE.KF$	0,25	
	3	Chứng minh MH vuông góc với AK (1,0 điểm)	
	Chứng minh được $\Delta KMB \sim \Delta KCA (g-g) \Rightarrow \frac{KM}{KC} = \frac{KB}{KA} \Rightarrow KM.KA = KB.KC$	0,25	
	$\Rightarrow KM.KA = KE.KF \Rightarrow \frac{KM}{KF} = \frac{KE}{KA}$	0,25	
	Suy ra $\Delta KME \sim \Delta KFA (c-g-c) \Rightarrow \widehat{MAF} = \widehat{MEF} \Rightarrow$ tứ giác AMFE nội tiếp	0,25	
	mà tứ giác AFHE nội tiếp \Rightarrow tứ giác AMFH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$. Vậy $MH \perp AK$.	0,25	
4	Chứng minh MH luôn đi qua điểm cố định (0,5 điểm)		
Kẻ đường kính AG suy ra $MG \perp AM \Rightarrow M, H, G$ thẳng hàng.	0,25		
Gọi J là trung điểm của BC Chứng minh tứ giác BHCG là hình bình hành suy ra H, J, G thẳng hàng Vậy MH luôn đi qua trung điểm của BC cố định	0,25		
V	Tìm giá trị nhỏ nhất... (0,5 điểm)		
$P = a^4 + b^4 + 4ab = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 + 4ab = 16 - 2a^2b^2 + 4ab = 18 - 2(ab-1)^2$.	0,25		
Ta có: $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} = 2$ và $ab \geq -\frac{a^2 + b^2}{2} = -2$ $\Rightarrow -2 \leq ab \leq 2 \Rightarrow 0 \leq (ab-1)^2 \leq 9 \Rightarrow P = 18 - 2(ab-1)^2 \geq 0$.	0,25		
Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 0. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2} \\ a = -\sqrt{2}, b = \sqrt{2} \end{cases}$			