

Bài 1.(1,5 điểm).

1/ Rút gọn biểu thức: $A = \frac{4}{\sqrt{5}-1} + \frac{5}{\sqrt{5}} - \sqrt{20}$

2/ Cho $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$;

a) Rút gọn B.

b) Tìm x sao cho $B > 0$.

Bài 2.(1,5 điểm). 1/ Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-4}} + y = 5 \\ \frac{3}{\sqrt{x-4}} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

2/ Chị Hương thuê nhà với giá 2500 000 đồng một tháng và chị phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 1000 000 đồng (tiền dịch vụ chỉ trả một lần). Gọi x (tháng) là thời gian mà chị Hương thuê nhà, y (đồng) là tổng số tiền thuê nhà trong x (tháng) và tiền dịch vụ giới thiệu.

a)Viết hệ thức liên hệ giữa y và x ?

b)Tính số tiền chị Hương phải trả khi thuê nhà 1 năm ?

Bài 3.(2, 5 điểm)

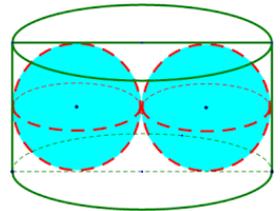
1) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = -2x + 1 - m$ (m là tham số)

a)Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) với $m = -7$;

b)Tìm giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn: $x_1y_2 + x_2y_1 = 2x_1x_2 - 3$

2/ Hai đội công nhân cùng làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành công việc trong 8 ngày. Nếu làm riêng thì đội một hoàn thành nhanh hơn đội hai 12 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày ?

Bài 4(0,75 điểm): Người ta xếp hai quả cầu có cùng bán kính r vào một chiếc hộp hình trụ (tham khảo hình vẽ dưới) sao cho các quả cầu đều tiếp xúc với hai đáy, đồng thời hai quả cầu tiếp xúc với nhau và mỗi quả cầu đều tiếp xúc với đường sinh của hình trụ. Biết quả cầu có bán kính $r = 10\text{cm}$. Tính thể tích của chiếc hộp hình trụ?



Bài 5 (3,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi K là trung điểm của đoạn AH. Đường thẳng đi qua K vuông góc với đường thẳng BK cắt đường thẳng AC tại N.

a) Chứng minh tứ giác AEHF là tứ giác nội tiếp và $KEH = KNB$

b) Kẻ đường kính BM của đường tròn (O). Chứng minh góc $ABE = MBC$ và $BK \cdot BC = BN \cdot BE$

c) Chứng minh: $NO \parallel BC$.

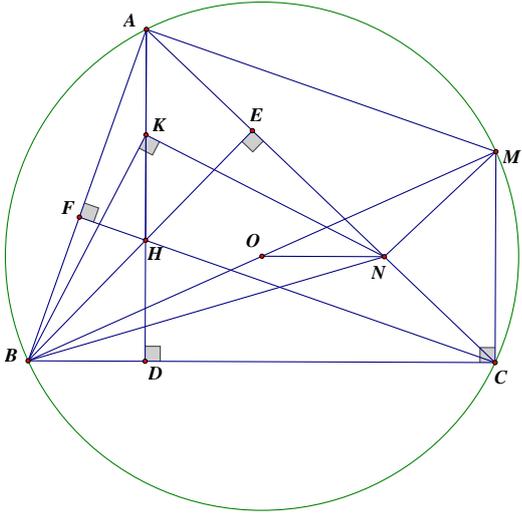
Bài 6 (0,75 điểm): Tìm các số thực x,y thỏa mãn: $\frac{x^2-4}{y} + \frac{y^2-4}{x} + 8 \geq 4(\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1})$.

----- **Hết** -----

HƯỚNG DẪN CHẤM
KHẢO SÁT- MÔN: TOÁN - LỚP 9
NĂM HỌC: 2022 - 2023
(Đáp án và hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1 (1,5đ)	a) (1,0 điểm).	
	$A = \frac{4}{\sqrt{5}-1} + \frac{5}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} + \sqrt{5} - 2\sqrt{5}$	0,25
	$A = \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 1$	0,25
	$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$	0,25
	$= \left[\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] : \left[\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right]$	
	$= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$	0,25
	b) (0,5 điểm)	
$B > 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x}} > 0 \Rightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$	0,25	
	Kết hợp với điều kiện ta được: $x > 1$	0,25
2.1 (0,75đ)	<p>ĐK: $x > 4$ Đặt: $\frac{1}{\sqrt{x}-4} = a$ Hệ PT trở thành:</p> $\begin{cases} a + y = 5 \\ 3a - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + y = 5 \\ 6a - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ <p>Với $a = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}-4} = 1 \Rightarrow \sqrt{x}-4 = 1 \Leftrightarrow x = 5(tm)$</p> <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (5; 4)$</p>	0,25 0,25 0,25
2.2	<p>a. Ta có: $y = 2500000x + 1000000$ (đồng) (1)</p> <p>b. Tiền thuê nhà sau 1 năm = 12 tháng là: thay $x = 12$ vào công thức (1) ta được: $y = 2500000 \cdot 12 + 1000000 = 31000000$ (đồng)</p>	0,5 0,25
3.1 (1,5đ)	<p>a. Xét PT hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = -2x + 1 - m \Leftrightarrow x^2 + 2x + m - 1 = 0$ (*)</p> <p>Với $m = -7$ ta có PT $x^2 + 2x - 8 = 0$ Pt có $\Delta' = 9 > 0$ nên Pt có 2 nghiệm: $x_1 = -4$; $x_2 = 2$</p> <p>Với $x = 2 \Rightarrow y = 4$ ta được điểm $(2; 4)$</p> <p>Với $x = -4 \Rightarrow y = 16$ ta được điểm $(-4; 16)$</p>	0,25 0,25

	Vậy với $m = -7$ thì (P) và (d) có 2 giao điểm (2;4) và (-4; 16)	
	b.+ Ta có: $\Delta' = 1^2 - 1(m-1) = 2 - m$ (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$	0,25
	+ Khi đó $x_1 ; x_2$ là nghiệm của PT (*) Áp dụng hệ thức Vi – ét ta có: $x_1 + x_2 = -2; x_1 x_2 = m - 1$ Vì $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \in (P) \Rightarrow y_1 = x_1^2$ và $y_2 = x_2^2$	0,25
	Ta có: $x_1 y_2 + x_2 y_1 = 2x_1 x_2 - 3$ $\Rightarrow x_1 x_2^2 + x_2 x_1^2 = 2x_1 x_2 - 3 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 2x_1 x_2 - 3$ $\Leftrightarrow (m-1)(-2) = 2m - 2 - 3 \Leftrightarrow -2m + 2 = 2m - 5 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25
	Vậy $m = \frac{7}{4}$	
3.2 (1,0đ)	2. Gọi số ngày làm riêng để đội thứ nhất hoàn thành công việc là x (ngày) ĐK: $x > 0$	0,25
	Nếu làm riêng thì đội một hoàn thành nhanh hơn đội hai 12 ngày nên số ngày làm riêng để đội hai hoàn thành công việc là $x + 12$ (ngày). Một ngày: đội một làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), đội hai làm được $\frac{1}{x+12}$ (công việc).	0,25
	Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành công việc trong 8 ngày nên một ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{8}$ (công việc). Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+12} = \frac{1}{8}$ Giải phương trình ta được $x = 12$ (TMĐK); $x = -8$ (loại).	0,25
	Vậy số ngày làm riêng để đội một hoàn thành công việc là 12 ngày. Số ngày đội hai làm riêng để hoàn thành công việc là $12 + 12 = 24$ ngày.	0,25
Bài 4 0,75đ	Chiếc hộp hình trụ có : Chiều cao $h = 20\text{cm}$; bán kính đường tròn đáy là $R = 20\text{cm}$ Thể tích của chiếc hộp là :	0,25
	$V = \pi R^2 h = \pi \cdot 20^2 \cdot 20 = 8000\pi (\text{cm}^3)$	0,5

	 <p>V</p> <p>Vẽ hình đúng cho phần a</p>	0,25
<p>Bài 5 3,0 đ</p>	<p>a, (1,0 điểm)</p> <p>*Ta có $\angle AEH = \angle AFH = 90^\circ$ (gt) \Rightarrow E và F thuộc đường tròn đường kính AH \Rightarrow A, E, H, F thuộc đường tròn đường kính AH \Rightarrow AEHF nội tiếp đường tròn đường kính AH</p> <p>*Ta có $\angle BKN = \angle BEN = 90^\circ$ (gt) \Rightarrow E và K thuộc đường tròn đường kính BN \Rightarrow B, K, E, N thuộc đường tròn đường kính BN \Rightarrow BKEN nội tiếp đường tròn đường kính BN $\Rightarrow \angle BNK = \angle BEK$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BK) Hay $\angle BNK = \angle HEK$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b, (1,0 điểm)</p> <p>*Xét (O) có $\angle BAC = \angle BMC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC) (1)</p> <p style="text-align: center;">$\angle MCB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>Ta có: $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$ (vì tam giác ABE vuông tại E) (2)</p> <p style="text-align: center;">$\angle BMC + \angle MBC = 90^\circ$ (vì tam giác MBC vuông tại C) (3)</p> <p>Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle ABE = \angle MBC$ (4)</p> <p>*Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp (2)</p> <p>$\Rightarrow \angle DCE = \angle KHE$ (Tính chất góc ngoài của tứ giác nội tiếp) (5)</p> <p>Xét tam giác KHE có $KE = KH$ (vì H và E thuộc đường tròn tâm K đường kính AH) $\Rightarrow \triangle KEH$ cân tại K $\Rightarrow \angle KHE = \angle KEH$ (6)</p> <p>Lại có: $\angle KEH = \angle KNB$ (theo phần a) (7)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>Từ (5) (6) (7) $\Rightarrow DCE = KNB$ hay $\Rightarrow BCE = KHE$</p> <p>Từ đó cm được $\Delta BKN \sim \Delta BEC(g.g) \Rightarrow \frac{BK}{BE} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow BK \cdot BC = BN \cdot BE$</p>	0,25
	<p>(0,75 điểm)</p> <p>Vì $\Delta BKN \sim \Delta BEC$ (theo b)</p> <p>$\Rightarrow KBN = CBE \Rightarrow KBE + EBN = CBN + EBN \Rightarrow KBE = CBN$</p> <p>Mà $ABE = MBC \Rightarrow ABK + KBE = MBN + CBN$</p> <p>$\Rightarrow ABK = MBN$ (8)</p> <p>Theo phần b $BK \cdot BC = BN \cdot BE \Rightarrow \frac{BK}{BN} = \frac{BE}{BC}$ (9)</p> <p>*Xét ΔABE và ΔMBC có:</p> <p>+ $ABE = MBC$ (cmt) $AEB = MCB = 90^0$</p> <p>$\Rightarrow \Delta ABE \sim \Delta MBC(g.g)$</p> <p>$\Rightarrow \frac{AB}{BM} = \frac{BE}{BC}$ (10)</p> <p>Từ (9) và (10) $\Rightarrow \frac{BK}{BN} = \frac{AB}{BM}$ (11)</p> <p>Từ (8) và (11) suy ra $\Delta ABK \sim \Delta MBN(c.g.c)$</p> <p>$\Rightarrow BAK = BMN$ mà $BAC = BMC \Rightarrow BAK + DAC = BMN + NMC$</p> <p>$\Rightarrow DAC = NMC$</p> <p>Lại có $MC \parallel AD$ (cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow DAC = ACM$</p> <p>$\Rightarrow NMC = ACM$ hay $NMC = NCM$</p> <p>$\Rightarrow \Delta CMN$ cân tại N $\Rightarrow NM = NC$</p> <p>Lại có $OC = OM$ (= bán kính của đường tròn (O))</p> <p>$\Rightarrow ON$ là đường trung trực của CM</p> <p>$\Rightarrow ON \perp MC$ mà $BC \perp MC \Rightarrow ON \parallel BC$ (đpcm)</p>	0,25
		0,25
6 (0,75 đ)	<p>Chứng minh bất đẳng thức với $x > 0; y > 0$ thì: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$ (1)</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $x = y$</p>	0,25

	<p>Ta có: ĐK: $x \geq 1; y \geq 1$</p> <p>Ta có: $\frac{x^2-4}{y} + \frac{y^2-4}{x} + 8 = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} - \frac{4}{y} - \frac{4}{x} + 8 = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} + \frac{4(x-1)}{x} + \frac{4(y-1)}{y}$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có:</p> $\frac{x^2-4}{y} + \frac{y^2-4}{x} + 8 = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} + \frac{4(x-1)}{x} + \frac{4(y-1)}{y} \geq x + y + \frac{4(x-1)}{x} + \frac{4(y-1)}{y}$ $\Rightarrow \frac{x^2-4}{y} + \frac{y^2-4}{x} + 8 \geq \left(x + \frac{4(x-1)}{x}\right) + \left(y + \frac{4(y-1)}{y}\right)$	0,25
	<p>Áp dụng bất đẳng thức AM – GM với $x; y > 0; \frac{4(y-1)}{y}; \frac{4(x-1)}{x} \geq 0$ ta được</p> $x + \frac{4(x-1)}{x} \geq 4\sqrt{x-1};$ $y + \frac{4(y-1)}{y} \geq 4\sqrt{y-1}$ $\Rightarrow \frac{x^2-4}{y} + \frac{y^2-4}{x} + 8 \geq 4\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-1}$ <p>Dấu “=” xảy ra khi: $x = y = 2$</p> <p>Vậy $x = 2; y = 2$</p>	0,25

***Chú ý: Ở mỗi phần, học sinh làm đúng theo cách khác vẫn cho điểm tối đa.**