

Câu 1 (2,5 điểm):

a) Tính: $A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

c) Viết phương trình đường thẳng (d): $y=ax+b$, biết đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.**Câu 2** (2,0 điểm):

a) Giải phương trình: $6x^2 + 7x - 3 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $A = \left| |x_1 - 2| - \sqrt{x_2 + 1} \right|$ **Câu 3** (2,0 điểm):a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m. Nếu tăng chiều dài 4m và tăng chiều rộng 3m thì diện tích mảnh vườn là $112m^2$. Tính chu vi của mảnh vườn lúc đầu.b) Một cái ly có phần phía trên dạng hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng 3cm. Người ta rót nước vào cái ly, biết chiều cao của nước trong ly bằng 6cm và bán kính r của đường tròn đáy hình nón tạo thành khi rót nước vào ly bằng $\frac{2}{3}$ bán kính đáy cái ly (hình bên). Tính thể tích của nước có trong ly.
(Giả sử độ dày của thành ly không đáng kể; $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)**Câu 4** (3,0 điểm):Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, trên đoạn OA lấy điểm I sao cho $AI = \frac{2}{3}OA$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN (C không trùng M, N, B). Nối AC cắt MN tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác IECD nội tiếp.

b) Chứng minh: $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$

c) Xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 điểm): Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x - 1} = x^2 - 1$

----- Hết -----

<p>b) Xét hai tam giác AIE và tam giác ACB có: Góc A chung và $\widehat{AIE} = \widehat{ACB} = 90^\circ$ Suy ra: $\Delta AIE \sim \Delta ACB$ (g – g) $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AI}{AC} \Rightarrow AI \cdot AB = AC \cdot AE$ Do đó: $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI \cdot AB - AI \cdot IB = AI(AB - IB) = AI^2$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p>
<p>c) + Gọi H là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC . Ta có: $HM = HE \Rightarrow \Delta MHE$ cân tại H . $\Rightarrow \widehat{HME} = \frac{180^\circ - \widehat{MHE}}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2} \cdot \widehat{MHE}$ Mà $\widehat{MCE} = \frac{1}{2} \widehat{MHE}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung ME của đường tròn tâm H) Do đó: $\widehat{HME} = 90^\circ - \widehat{MCE} \Leftrightarrow \widehat{HME} + \widehat{MCE} = 90^\circ$ (1) Mặt khác: đường kính AB vuông góc dây MN nên AB là trung trực của MN, do đó A là điểm chính giữa cung MN suy ra $\widehat{AM} = \widehat{AN} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{MCA} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{MCE}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{HME} + \widehat{AMN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AMH} = 90^\circ \Rightarrow AM \perp HM$ nên AM là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC. + Do AM là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC mà AM vuông góc BM nên H thuộc MB khi đó NH nhỏ nhất khi $NH \perp BM$. Tứ giác IHBN nội tiếp đường tròn. $\Rightarrow \widehat{HBI} = \widehat{HNI}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung HI) $\Rightarrow \Delta MHN \sim \Delta MIB$ (g – g) $\frac{MH}{MI} = \frac{MN}{MB}$ $\Rightarrow MH \cdot MB = MI \cdot MN$ Mà $MN = 2 \cdot MI$ nên $\Rightarrow MH \cdot MB = 2MI^2$. Xét tam giác vuông OIM , có: $MI^2 = MO^2 - OI^2 = R^2 - \left(\frac{R}{3}\right)^2 = \frac{8R^2}{9}$ Xét tam giác vuông BIM , có: $MB^2 = MI^2 + IB^2 = \frac{8R^2}{9} + \left(\frac{4R}{3}\right)^2 = \frac{8R^2}{9} \Rightarrow MB = \frac{2\sqrt{6} \cdot R}{3}$ Do đó: $MH \cdot \frac{2\sqrt{6} \cdot R}{3} = 2 \cdot \frac{8R^2}{9} \Rightarrow MH = \frac{8R}{3\sqrt{6}}$ \Rightarrow Điểm H thuộc tia MB sao cho $MH = \frac{8R}{3\sqrt{6}}$ Vì H là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEC nên $MH = HC = \frac{8R}{3\sqrt{6}}$ Vậy điểm C là giao điểm của đường tròn (O; R) và đường tròn</p>	<p>0,25</p> <p>0.25</p>

