



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

**Bài I (2,0 điểm).**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{5-x}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{6}{\sqrt{x+3}} - \frac{2x+18}{x-9}$  với  $x > 0; x \neq 9$

1. Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$
2. Rút gọn biểu thức  $B$ .
3. Biết  $P = A.B$ , tìm các giá trị của  $x$  để  $P \geq 2$ .

**Bài II (2,0 điểm)**

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bên sông  $A$  và  $B$  là  $80\text{km}$ . Một canô đi xuôi dòng từ bên  $A$  đến bên  $B$ , rồi quay lại bên  $A$ . Tổng thời gian canô chạy trên sông cả đi và về là 9 giờ. Tính vận tốc riêng của canô, biết rằng vận tốc của dòng nước là  $2\text{km/h}$  và giả sử vận tốc riêng của canô không đổi.

2. Công ty sữa Vinamilk chuyên sản xuất sữa Ông Thọ, hộp sữa có dạng hình trụ có đường kính  $7\text{cm}$ , chiều cao là  $8\text{cm}$ . Tính diện tích giấy làm nhãn mác cho 24 hộp sữa (một thùng) loại trên theo  $\text{cm}^2$ . Biết nhãn dán kín phần thân hộp sữa như hình vẽ và không tính phần mép dán. (Lấy  $\pi \approx 3,14$ ; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



**Bài III (2,5 điểm)**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$
2. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $(d): y = 3x - m - 2$  ( $m$  là tham số) và parabol  $(P): y = x^2$ 
  - a) Tìm các giá trị của  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt.
  - b) Gọi  $x_1, x_2$  là các hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để  $x_1, x_2$  có giá trị là các số tự nhiên.

**Bài IV (3,0 điểm)** Cho đường tròn  $(O)$  và điểm  $A$  cố định nằm ngoài đường tròn. Qua điểm  $A$  vẽ tiếp tuyến  $AB$  với đường tròn  $(O)$  ( $B$  là tiếp điểm) và một đường thẳng  $d$  cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm  $C, D$  sao cho  $AC < AD$  (đường thẳng  $d$  không đi qua tâm  $O$ ).

1. Chứng minh tam giác  $ABC$  đồng dạng tam giác  $ADB$ .
2. Hạ  $BH$  vuông góc với  $OA$  tại  $H$ . Chứng minh:  $AH.AO = AC.AD$ .
3. Chứng minh tứ giác  $DOHC$  là tứ giác nội tiếp và tia phân giác của  $\widehat{HCA}$  đi qua điểm cố định khi đường thẳng  $d$  thay đổi nhưng không đi qua tâm  $O$ .

**Bài V (0,5 điểm)** Với hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 = 2; xy \neq -2$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{2(x+y)+1}{2xy+4}$

.....Hết.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

### HƯỚNG DẪN CHUNG

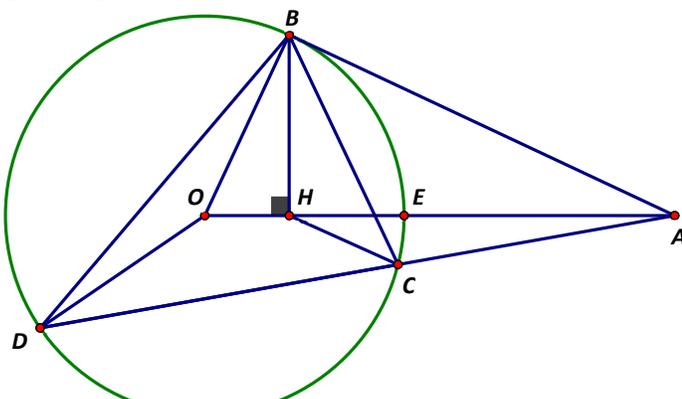
- + ) Điểm toàn bài đề lẻ đến 0,25.
- + ) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.
- + ) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.
- + ) Bài hình vẽ hình sai thì không cho điểm

### HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
<b>Bài I</b> 2,0 điểm	1.	Cho hai biểu thức $A = \frac{5-x}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{6}{\sqrt{x+3}} - \frac{2x+18}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$	<b>2,0</b>
		1. Tính giá trị của biểu thức $A$ khi $x = 4$ 2. Rút gọn biểu thức $B$ . 3. Biết $P = A.B$ , tìm các giá trị của $x$ để $P \geq 2$ .	
		Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào $A$ , ta được:	0,25
		$A = \frac{5-4}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$ Vậy $A = \frac{1}{2}$ khi $x = 4$	0,25
	2.	2. Rút gọn biểu thức $B$ .	
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{6}{\sqrt{x+3}} - \frac{2x+18}{x-9}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} - \frac{6(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} - \frac{2x+18}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})}$ $= \frac{x+3\sqrt{x}-6\sqrt{x}+18-2x-18}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})}$ $= \frac{-x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})}$ $= \frac{-\sqrt{x}(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})}$ $= \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$	0,25
		0,25	
			0,25

	3.	$P = A.B = \frac{5-x}{\sqrt{x}} \cdot \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{x-5}{\sqrt{x}-3}$ $\text{Đề } P \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x-5}{\sqrt{x}-3} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} \geq 0$	0,25
	3.	$\begin{cases} \sqrt{x}-1=0 \\ \sqrt{x}-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(\text{tmdk}) \\ x>9 \end{cases} \text{ Kết hợp với điều kiện}$ <p>Vậy với <math>x &gt; 9</math> hoặc <math>x = 1</math> thì <math>P \geq 2</math></p>	0,25
<b>Bài II</b> 2,0 điểm	1.	Khoảng cách giữa hai bên sông A và B là 80km. Một canô đi xuôi dòng từ bên A đến bên B, rồi quay lại bên A. Tổng thời gian canô chạy trên sông cả đi và về là 9 giờ. Tính vận tốc riêng của canô, biết rằng vận tốc của dòng nước là 2km/h và giả sử vận tốc riêng của canô không đổi.	1,5
		Gọi vận tốc riêng của canô là $x$ (đơn vị: km/h, đk: $x > 2$ )	0,25
		Vận tốc của canô khi xuôi dòng, ngược dòng lần lượt là $x+2$ (km/h) và $x-2$ (km/h)	0,25
		Thời gian canô xuôi dòng từ bên A đến bên B là $\frac{80}{x+2}$ (giờ)	0,25
		Thời gian canô chạy ngược dòng từ B về A là $\frac{80}{x-2}$ (giờ)	
		Vì tổng thời gian canô chạy trên sông cả đi và về là 9 giờ nên ta có phương trình: $\frac{80}{x+2} + \frac{80}{x-2} = 9$	0,25
		$\Rightarrow 80(x-2+x+2) = 9(x^2-4) \Leftrightarrow 9x^2 - 160x - 36 = 0$	0,25
		Giải phương trình ta được $x = -\frac{2}{9}, x = 18$	
	Kiểm tra điều kiện và kết luận Vậy vận tốc riêng của canô là 18 km/h	0,25	
	2.	Công ty sữa Vinamilk chuyên sản xuất sữa Ông Thọ, hộp sữa có dạng hình trụ có đường kính 7cm, chiều cao là 8cm. Tính diện tích giấy làm nhãn mác cho 24 hộp sữa (một thùng) loại trên theo $cm^2$ . Biết nhãn dán kín phần thân hộp sữa như hình vẽ và không tính phần mép dán. (Lấy $\pi \approx 3,14$ ; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).	0,5
		+/ Diện tích giấy làm nhãn mác cho 1 hộp sữa là diện tích xung quanh của hộp sữa có $R = 3,5$ (cm)	0,25
		Diện tích giấy làm nhãn cho 1 hộp sữa là $S_{xq} = 2\pi rh \approx 2.3,14.3,5.8 = 175,84$ ( $cm^2$ )	
		Vậy diện tích giấy làm nhãn mác cần dùng cho một thùng 24 hộp sữa là:	0,25

		$175,84.24 = 4220,16 (cm^2) \approx 4220,2 (cm^2)$	
<b>Bài III</b> 2,5 điểm	1)	<b>Giải hệ phương trình</b> $\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$	<b>1,0</b>
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3 + 2x + 4y = 4 \\ 4x + 4 - x - 2y = 9 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$	0.25
		$\begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 11 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$	0.25
		Tìm được: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy, hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (1; -1)$ .	0.25
	2	Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , cho đường thẳng $(d): y = 3x - m - 2$ ( $m$ là tham số) và parabol $(P): y = x^2$ a) Tìm các giá trị của $m$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt. b) Gọi $x_1, x_2$ là các hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$ . Tìm các giá trị của $m$ để $x_1, x_2$ có giá trị là các số tự nhiên.	<b>1,5</b>
		a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$ $x^2 - 3x + m + 2 = 0 \quad (1)$ $\Delta = 3^2 - 4(m + 2) = 9 - 4m - 8 = 1 - 4m$ Để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt.	0.25
		$\Rightarrow \Delta > 0$ $\Leftrightarrow 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$	0.25
		Vậy $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt khi $m < \frac{1}{4}$	0.25
		b) Hoành độ $x_1, x_2$ là nghiệm của phương trình (1) Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$	0.25

	<p>Vì <math>x_1, x_2 \in N</math> và giả sử <math>x_1 &lt; x_2</math></p> <p>Ta có</p> <p>TH1: <math>\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 . x_2 = 0 \Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2(tm)</math></p>	0.25
	<p>TH2: <math>\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 . x_2 = 2 \Leftrightarrow m + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0(tm)</math></p> <p>Vậy <math>m \in \{0; -2\}</math> thỏa mãn yêu cầu đầu bài.</p>	0.25
	<p>Cho đường tròn <math>(O)</math> và điểm <math>A</math> cố định nằm ngoài đường tròn. Qua điểm <math>A</math> vẽ tiếp tuyến <math>AB</math> với đường tròn <math>(O)</math> (<math>B</math> là tiếp điểm) và một đường thẳng <math>d</math> cắt đường tròn <math>(O)</math> tại hai điểm <math>C, D</math> sao cho <math>AC &lt; AD</math> ( đường thẳng <math>d</math> không đi qua tâm <math>O</math> )</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Chứng minh tam giác <math>ABC</math> đồng dạng tam giác <math>ADB</math> .</li> <li>2. Hạ <math>BH</math> vuông góc với <math>OA</math> tại <math>H</math> . Chứng minh: <math>AH.AO = AC.AD</math> .</li> <li>3. Chứng minh tứ giác <math>DOHC</math> là tứ giác nội tiếp và tia phân giác của <math>\widehat{HCA}</math> đi qua điểm cố định khi đường thẳng <math>d</math> thay đổi nhưng không đi qua tâm <math>O</math> .</li> </ol> 	0,25
1.	<p><b>Chứng minh tam giác <math>ABC</math> đồng dạng tam giác <math>ADB</math> .</b></p>	0,75
	<p>+/ Xét <math>(O)</math> :</p> <p><math>\widehat{ABC} = \widehat{ADB}</math> (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn <math>\widehat{BC}</math> )</p> <p>+/ Xét <math>\Delta ABC</math> và <math>\Delta ADB</math> có:</p>	0.25
	<p><math>\widehat{ABC} = \widehat{ADB}</math> (cmt)</p>	0.25
	<p><math>\widehat{BAD}</math> chung</p> <p><math>\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta ADB</math> (g.g) (1)</p>	0.25
2.	<p><b>Chứng minh <math>AH.AO = AC.AD</math> .</b></p>	1,0
	<p>(1)<math>\Rightarrow AB^2 = AC.AD</math></p>	0.25

		<p>+/ <math>\Delta ABO</math> vuông tại <math>B</math>, <math>BH \perp OA</math> (<math>AB</math> là tiếp tuyến)  <math>\Rightarrow AB^2 = AH.AO</math>  <math>\Rightarrow AH.AO = AC.AD</math></p>	<p>0,25 0,25 0,25</p>
<b>Bài IV</b> 3,0 điểm	3.	<p><b>Chứng minh tứ giác <math>DOHC</math> nội tiếp và tia phân giác của <math>\widehat{HCA}</math> đi qua điểm cố định khi cát tuyến <math>ACD</math> thay đổi nhưng vẫn không đi qua <math>O</math>.</b></p>	1,0
		<p>+/ Ta có <math>AH.AO = AC.AD \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AD}{AO}</math>  <math>\Rightarrow \Delta ACH \sim \Delta AOD</math> (c.g.c)  <math>\Rightarrow \widehat{ACH} = \widehat{AOD}</math> (1)  <math>\Rightarrow</math> tứ giác <math>DOHC</math> nội tiếp (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong ở đỉnh đối diện).</p> <p>+/ Tia <math>AO</math> cắt <math>(O)</math> tại <math>E</math> và <math>F</math> (<math>E</math> nằm giữa <math>A</math> và <math>F</math>) <math>\Rightarrow E</math> là điểm cố định.</p> <p>+/ <math>\widehat{ACE} = \widehat{AFD}</math> (tứ giác <math>EFDC</math> nội tiếp) (2)  <math>\Rightarrow \widehat{AFD} = \frac{1}{2} \widehat{AOD}</math> (3)</p> <p>+/ Từ (1), (2), (3) <math>\Rightarrow \widehat{ACE} = \frac{1}{2} \widehat{ACH} \Rightarrow CE</math> là phân giác của <math>\widehat{HCA}</math> hay tia phân giác của <math>\widehat{HCA}</math> luôn đi qua một điểm cố định khi cát tuyến <math>ACD</math> thay đổi nhưng không đi qua tâm <math>O</math>.</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
		<p>Với hai số thực <math>x, y</math> thỏa mãn <math>x^2 + y^2 = 2; xy \neq -2</math>. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức <math>P = \frac{2(x+y)+1}{2xy+4}</math>.</p>	0,5
<b>Bài V</b> 0,5 điểm		<p>+/ Ta có: <math>(x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2) \Rightarrow (x+y)^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x+y \leq 2</math>.  Đặt <math>a = x+y \Rightarrow -2 \leq a \leq 2</math>.  +/ Biến đổi  <math display="block">P = \frac{2(x+y)+1}{2xy+4} = \frac{2(x+y)+1}{x^2+y^2+2xy+2} = \frac{2(x+y)+1}{(x+y)^2+2} = \frac{2a+1}{a^2+2}</math></p>	

