

**Câu 1 (2,0 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$$

$$b) B = \left( \frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1} \text{ với } x > 0, x \neq 1$$

**Câu 2 (2,5 điểm)**

1) Giải phương trình:  $x^2 - 8x - 9 = 0$ .

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = 2mx - m^2 + 1$  và parabol: (P):  $y = x^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$ .

**Câu 3 (1,5 điểm)** Trong đợt dịch Covid-19 vừa qua để ủng hộ cho đội tình nguyện ra quân vì môi trường xanh-sạch-đẹp, mẹ có nhờ Ngọc ra cửa hàng tạp hóa để mua 4 chai nước sát khuẩn và 3 hộp khẩu trang hết 449 nghìn đồng. Tính giá tiền của mỗi chai nước sát khuẩn và giá tiền mỗi hộp khẩu trang mà Ngọc đã mua. Biết giá tiền của 1 chai nước sát khuẩn hơn giá tiền 1 hộp khẩu trang là 16 nghìn đồng.

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho  $OM = 3R$ . Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O; R) (A, B là các tiếp điểm) và kẻ cát tuyến MCD của đường tròn (O; R) cắt đoạn thẳng OA (C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của dây cung CD và H là giao điểm của AB với OM.

a) Chứng minh: Tứ giác AIOB là tứ giác nội tiếp đường tròn, Xác định tâm của đường tròn này.

b) Chứng minh:  $MC \cdot MD = MH \cdot MO$

c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của C lên MA và MB. Tìm giá trị lớn nhất của tích  $CE \cdot CF$  khi cát tuyến MCD quay quanh điểm M.

**Câu 5 (1,0 điểm)** ). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^4 - x^3 + 3x^2 - 4y - 1 = 0 \\ \sqrt{\frac{x^2 + 4y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} = x + 2y \end{cases}$$

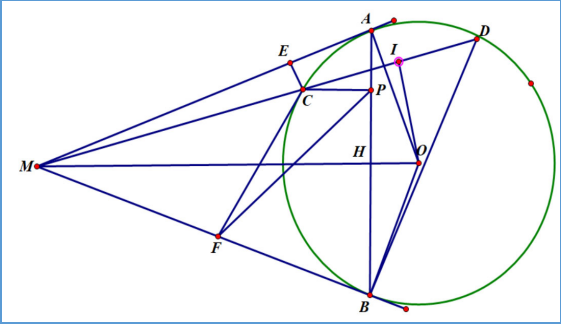
Họ và tên học sinh: ..... Số báo danh: .....

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

*Nếu học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Rút gọn các biểu thức sau: a) $A = 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$ b) $B = \left( \frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ với $x > 0, x \neq 1$	
	a	$A = 2\sqrt{3} - \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$ $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$ $= -1$	0,5 0,5
	b	$B = \left[ \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right] : \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)^2} = \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$	0,5 0,5
2		1) Giải phương trình: $x^2 - 8x - 9 = 0$ . 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol: (P): $y = x^2$ a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt. b) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$ .	
	1	Giải phương trình: $x^2 - 8x - 9 = 0$ . Ta có $a - b + c = 1 + 8 - 9 = 0$ Suy ra $x_1 = -1; x_2 = 9$ HS giải cách khác vẫn cho điểm tối đa	<b>1,0</b>
	2	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol: (P): $y = x^2$ a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		$x^2 = 2mx - m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 (*)$	
		Số giao điểm của (d) và (P) cũng chính là nghiệm của phương trình (*)	0,25
		Phương trình (*) có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0$ nên (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt	0,25
		Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$ Xét: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1 \quad (x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1)$ $\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-2 + x_1 x_2}{x_1 x_2}$	0,25
		$\Rightarrow x_1 + x_2 - x_1 x_2 + 2 = 0$ $\Leftrightarrow 2m - m^2 + 1 + 2 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(KTM) \\ m = 3(TM) \end{cases}$ Vậy $m=3$	0,5
3		<p>Trong đợt dịch Covid-19 vừa qua để ủng hộ cho đội tình nguyện ra quân vì môi trường xanh-sạch-đẹp, mẹ có nhờ Ngọc ra cửa hàng tạp hóa để mua 4 chai nước sát khuẩn và 3 hộp khẩu trang hết 449 nghìn đồng. Tính giá tiền của mỗi chai nước sát khuẩn và giá tiền mỗi hộp khẩu trang mà Ngọc đã mua. Biết giá tiền của 1 chai nước sát khuẩn hơn giá tiền 1 hộp khẩu trang là 16 nghìn đồng</p>	1,5
		Gọi giá tiền một chai nước sát khuẩn là x (nghìn đồng) và giá tiền của một hộp khẩu trang là y (nghìn đồng). ĐK: $x > 16; y > 0$	0,25
		- Số tiền mua 4 chai sát khuẩn là: $4x$ (nghìn đồng) - Số tiền mua 2 hộp khẩu trang là: $3y$ (nghìn đồng)	0,25
		Vì giá của 1 chai nước sát khuẩn hơn giá 1 hộp khẩu trang là 16 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x - y = 16 \quad (1)$	0,25
		Vì Ngọc mua 4 chai nước sát khuẩn và 3 hộp khẩu trang hết 449 nghìn đồng nên ta có phương trình	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		$4x+3y= 449 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} x - y = 16 \\ 4x + 3y = 449 \end{cases}$ <p>Giải ra được: <math>x= 55; y=39</math> (TMĐK)</p> <p>Vậy giá tiền một chai nước sát khuẩn là 55 nghìn đồng và giá tiền của một hộp khẩu trang là 39 nghìn đồng</p>	0,25
		<p>Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho <math>OM = 3R</math>. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O; R) (A, B là các tiếp điểm) và kẻ cát tuyến MCD của đường tròn (O; R) cắt đoạn thẳng OA (C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của dây cung CD và H là giao điểm của AB với OM.</p> <p>a) Chứng minh: Tứ giác AIOB là tứ giác nội tiếp đường tròn, Xác định tâm của đường tròn này.</p> <p>b) Chứng minh: <math>MC.MD = MH.MO</math></p> <p>c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của C lên MA và MB. Tìm giá trị lớn nhất của tích <math>CE.CF</math> khi cát tuyến MCD quay quanh điểm M.</p>	3,0
	a		0,5
4		<p>a) Ta có I là trung điểm của dây cung CD. Suy ra: <math>OI \perp CD</math>  Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng OM.  Xét <math>\triangle OIM</math> vuông tại I, có IG là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OM.  Suy ra: <math>IG = OG = MG = \frac{OM}{2} \quad (1)</math></p>	0,25
		<p>Tương tự xét các tam giác <math>\triangle OAM</math> vuông tại A và <math>\triangle OMB</math> vuông tại B ta được:</p> $AG = OG = MG = \frac{OM}{2} \quad (2)$ $BG = OG = MG = \frac{OM}{2} \quad (3)$	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Từ (1); (2) và (3) suy ra: $BG = OG = IG = AG = \frac{OM}{2}$ Suy ra: bốn điểm A, I, O, B $\in \left(G; \frac{OM}{2}\right)$	0,25
		Hay tứ giác AIOB nội tiếp đường tròn $\left(G; \frac{OM}{2}\right)$	0,25
	b	<b>b)</b> Ta có : $OM \perp AB$ tại H. Áp dụng hệ thức lượng cho $\Delta AMH$ vuông tại H, đường cao AH ta được: $MH.MO = MA^2$ (4)	0,25
		Xét $\Delta MAC$ và $\Delta MDA$ có: $\widehat{MAC} = \widehat{MDA} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{AC}$ và $\widehat{AMD}$ chung Suy ra: $\Delta MAC \simeq \Delta MDA$ (g.g)	0,25
		$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MC.MD = MA^2$ (5)	0,25
		Từ (4) và (5) suy ra: $MC.MD = MH.MO$	0,25
	c	Gọi P là hình chiếu của C trên AB . Suy ra tứ giác AECP, BFCD nội tiếp Vì tứ giác AECP nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CEP} = \widehat{CAP}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CP) Xét (O): $\widehat{CAP} = \widehat{CAB} = \widehat{CBF}$ (góc nội tiếp...) Vì tứ giác BPCP nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CBF} = \widehat{CPF}$ (cùng chắn cung CF) $\Rightarrow \widehat{CEP} = \widehat{CAB} = \widehat{CBF} = \widehat{CPF}$ (1) Chứng minh tương tự: $\widehat{CPF} = \widehat{CAE} = \widehat{ABC} = \widehat{CFP}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta ECP \sim \Delta PCF$ (gg) $\Rightarrow \frac{EC}{PC} = \frac{CP}{CF} \Rightarrow EC.CF = CP^2$	0,25
		$\Rightarrow \frac{EC}{PC} = \frac{CP}{CF} \Rightarrow EC.CF = CP^2$ $EC.CF = CP^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow CP$ lớn nhất $\Leftrightarrow C$ là điểm chính giữa $\widehat{AB}$	0,25
		<b>Giải hệ phương trình:</b> $\begin{cases} x^4 - x^3 + 3x^2 - 4y - 1 = 0(1) \\ \sqrt{\frac{x^2 + 4y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} = x + 2y(2) \end{cases}$	1,0
5		Từ (2) suy ra $x + 2y \geq 0$ . Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có: $2(x^2 + 4y^2) = (1^2 + 1^2)[x^2 + (2y)^2] \geq (x + 2y)^2$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{x^2 + 4y^2}{2}} \geq \sqrt{\frac{(x + 2y)^2}{4}} = \frac{x + 2y}{2}$ (3) Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$ .	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		<p>Mặt khác, dễ dàng chứng minh được: <math>\sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} \geq \frac{x + 2y}{2}</math> (4)</p> <p>Thật vậy, <math>\sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} \geq \frac{x + 2y}{2} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3} \geq \frac{(x + 2y)^2}{4}</math> (do cả hai vế đều <math>\geq 0</math>)</p> <p><math>\Leftrightarrow 4(x^2 + 2xy + 4y^2) \geq 3(x^2 + 4xy + 4y^2) \Leftrightarrow (x - 2y)^2 \geq 0</math> (luôn đúng <math>\forall x, y</math>).</p> <p>Dấu bằng xảy ra <math>\Leftrightarrow x = 2y</math>.</p>	0,25
		<p>Từ (3) và (4) suy ra: <math>\sqrt{\frac{x^2 + 4y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} \geq x + 2y</math>.</p> <p>Dấu bằng xảy ra <math>\Leftrightarrow x = 2y</math>.</p> <p>Do đó (2) <math>\Leftrightarrow x = 2y \geq 0</math> (vì <math>x + 2y \geq 0</math>).</p> <p>Khi đó, (1) trở thành: <math>x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^3 + 3x + 1) = 0</math></p>	0,25
		<p><math>\Leftrightarrow x = 1</math> (vì <math>x^3 + 3x + 1 \geq 1 &gt; 0 \forall x \geq 0</math>) <math>\Rightarrow y = \frac{1}{2}</math>.</p> <p>Vậy nghiệm của hệ đã cho là <math>(x = 1; y = \frac{1}{2})</math>.</p>	0,25