

Bài 1: (3,5 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$
- b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$
- c) Rút gọn biểu thức : $A = \frac{6}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2 - 75}$
- d) Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{5 - x} = \sqrt{10x - 2x^2 + 1}$

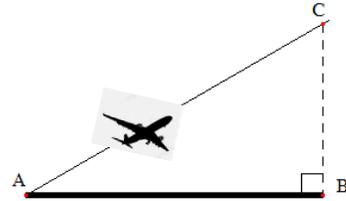
Bài 2: (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ (Với m là tham số)

- a) Vẽ (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ khi $m=1$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 1$

Bài 3: (0,5 điểm)

Một máy bay phản lực cất cánh từ vị trí A (như hình vẽ) bay lên với một góc 30° so với đường băng có phương nằm ngang, sau một thời gian 30 giây máy bay đạt được độ cao 3000 mét so với đường băng. Tính vận tốc trung bình của máy bay trong trường hợp này (làm tròn đến hàng đơn vị).



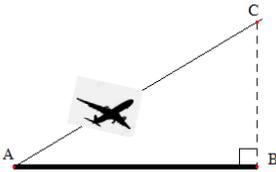
Bài 4:(3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R và một đường thẳng d không cắt đường tròn (O). Dựng đường thẳng OH vuông góc với đường thẳng d tại điểm H. Trên đường thẳng d lấy điểm K (khác điểm H), qua K vẽ hai tiếp tuyến KA và KB với đường tròn (O), (A và B là các tiếp điểm) sao cho A và H nằm về hai phía của đường thẳng OK

- a) Chứng minh tứ giác KAOH là tứ giác nội tiếp.
- b) Đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại điểm I. Chứng minh rằng $IA \cdot IB = IH \cdot IO$
- c) Chứng minh I là điểm cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định.
- d) Khi $OK = 2R, OH = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác KAI theo R.

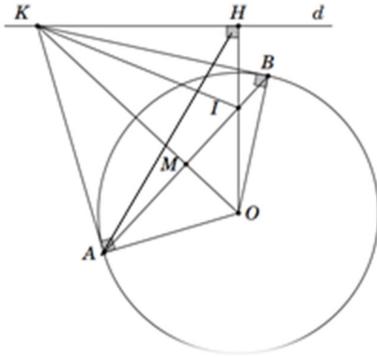
Bài 5: (0,5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của $A = \frac{\sqrt{x - 2021}}{x + 1} + \frac{\sqrt{x - 2022}}{x - 1}$.

-----Hết-----

Câu	Nội dung	Điểm
1 (3.5điểm)	a) (0.75 điểm) $x^2 - 3x + 2 = 0$ Lập: $\Delta = 1$ (hoặc: $a + b + c = 0$)	0.25
	Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 2$	0.25x2
	b) (0,75 điểm) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = -15 \\ 6x + 8y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 51 \\ x = \frac{3y - 5}{2} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = \frac{3 \cdot 3 - 5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$	0.25x2
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 3)$. (Nếu học sinh chỉ ghi kết quả đúng thì chỉ được 0.25 điểm)	
c) (1điểm)	$A = \frac{6}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{75}$	
	$= \frac{6(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} + 2 - \sqrt{3} - 5\sqrt{3}$	0.25x2
	$= 12 + 6\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 14$	0.25x2
d) (1 điểm)	$\sqrt{x} + \sqrt{5-x} = \sqrt{10x - 2x^2 + 1}$ ĐKXD: $0 \leq x \leq 5$	
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{5-x})^2 = (\sqrt{10x - 2x^2 + 1})^2$	0.25
	$\Leftrightarrow x + 2\sqrt{x(5-x)} + 5 - x = 2x(5-x) + 1$	
	$\Leftrightarrow 2x(5-x) - 2\sqrt{x(5-x)} - 4 = 0$	
	$\Leftrightarrow x(5-x) - \sqrt{x(5-x)} - 2 = 0 \quad (1)$	0.25
Đặt $t = \sqrt{x(5-x)}$ ($t \geq 0$)		
$\Leftrightarrow t^2 = x(x-5)$		
$(1) \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \quad (*)$		
Ta có: $a - b + c = 1 - (-1) + (-2) = 0$		
Nên pt (*) có 2 nghiệm là $t_1 = -1$ (loại);		
$t_2 = \frac{-c}{a} = 2 \quad (\text{nhận})$		
Với $t = 2$, ta có: $2^2 = x(5-x) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \quad (**)$	0.25	
Ta có: $a + b + c = 1 + (-5) + 4 = 0$		
Nên pt (**) có hai nghiệm $x_1 = 1$ (nhận);		
$x_2 = \frac{c}{a} = 4 \quad (\text{nhận})$		
Vậy pt(1) có hai nghiệm là 1; 4.	0.25	

	<i>Lưu ý: Hs làm cách khác cho kết quả đúng thì trọn điểm</i>																	
2 (2.0điểm)	<p>a) (1.0điểm)</p> <p>* $y = x^2$</p> <p>Bảng giá trị</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$y = x^2$</td> <td>9</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> </tr> </table> <p>* $y = mx - m + 2$</p> <p>Với $m = 1$ thì: $y = x + 1$</p> <p>Cho $x = 0$ thì $y = 1$ ta được $(0; 1)$</p> <p>$y = 0$ thì $x = -1$ ta được $(-1; 0)$</p> <p>Đồ thị: (cả hai đồ thị chính xác)</p> <p><i>Hs vẽ đồ thị đúng mỗi đồ thị được 0,25 điểm, trục tọa độ thiếu 2 trong 3 tên O, x, y thì không cho điểm.</i></p>	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9	0.25
x	-3	-2	-1	0	1	2	3											
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9											
		0.25																
		0.5																
	<p>b) (1.0điểm)</p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:</p> <p>$x^2 = mx - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx + m - 2 = 0$</p>	0.25																
	<p>(d) cắt (p) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 + 4 > 0$</p> <p>(đúng $\forall m \in R$)</p>	0.25																
	<p>$\forall i$ x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm nên</p> <p>theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$</p>	0.25																
	<p>Khi đó: $x_1 - x_2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 1$</p> <p>$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$</p> <p>$\Leftrightarrow m^2 - 4(m - 2) = 1 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 7 = 0$</p> <p>Phương trình này vô nghiệm. Vậy không tìm được giá trị nào của m thỏa mãn điều kiện đề bài.</p>	0.25																
3 (0,5 điểm)	<p>ΔABC vuông tại B, có:</p> <p>$\sin A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC = \frac{BC}{\sin A} = \frac{3000}{\sin 30^\circ} = 6000 \text{ m}$</p> <p>vận tốc trung bình của máy bay trong trường hợp này là:</p> <p>$\frac{6000}{30} = 200 \text{ m/s}$</p>	0.25																
		0.25																
4	Hình vẽ (Vẽ hình chỉ để c/m câu a thì được 0.25 đ)	0.5																

(3.5 điểm)



a) (1 điểm) Chứng minh tứ giác KAOH là tứ giác nội tiếp.

Tứ giác KAOH có:

$$\widehat{KAO} = 90^\circ \text{ (KA là tiếp tuyến)}$$

$$\widehat{KHO} = 90^\circ \text{ (OH} \perp \text{KH)}$$

$$\Rightarrow \widehat{KAO} + \widehat{KBO} = 180^\circ$$

Mà hai góc này đối nhau

Nên tứ giác KAOH nội tiếp đường tròn đường kính OK

0.25

0.25

0.25

0.25

b)(0,75 điểm) Chứng minh rằng $IA \cdot IB = IH \cdot IO$

Tứ giác KAOH nội tiếp đường tròn đường kính OK (cmt)

Mà ΔKBO vuông tại B (KB là tiếp tuyến) $\Rightarrow K, B, O$ thuộc đường tròn

đường kính OK

Vậy năm điểm K, A, B, O, H cùng thuộc đường tròn đường kính OK

Xét ΔIAH và ΔIOB có:

$$\widehat{HIA} = \widehat{BIO} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{AHI} = \widehat{ABO} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AO).}$$

$$\text{Do đó } \Delta IAH \sim \Delta IOB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{IA}{IH} = \frac{IO}{IB} \Rightarrow IA \cdot IB = IH \cdot IO.$$

0.25

0.25x2

c) (0,75 điểm) Chứng minh I là điểm cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định

Xét tứ giác AOBH nội tiếp có:

$$\widehat{OHB} \text{ là góc nội tiếp chắn cung OB}$$

$$\widehat{OBA} \text{ là góc nội tiếp chắn cung OA}$$

$$\text{Mà } OA = OB = R \text{ nên } \widehat{OHB} = \widehat{OBA}.$$

Xét ΔOIB và ΔOBH có:

$$\widehat{BOH} \text{ góc chung}$$

$$\widehat{OHB} = \widehat{OBA} \text{ (cmt).}$$

$$\text{Do đó } \Delta OIB \sim \Delta OBH \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OI}{OB} = \frac{OB}{OH} \Rightarrow OI = \frac{OB^2}{OH} = \frac{R^2}{OH}.$$

Ta lại có đường thẳng d cố định nên OH không đổi ($OH \perp d$).

Vậy điểm I cố định khi K chạy trên đường thẳng d cố định

0.25

0.25

0.25

d) (0,5 điểm) Khi $OK = 2R, OH = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác

KAI theo R

Gọi M là giao điểm của OK và AB

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có $KA = KB$;

Lại có $OA = OB = R$ nên OK là đường trung trực của AB, suy ra

	<p>$AB \perp OK$ tại M và $MA = MB$.</p> <p>Theo câu b) ta có $OI = \frac{R^2}{OH} = \frac{R^2}{R\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{3}}$.</p> <p>Xét $\triangle OAK$ vuông tại A, có</p> $OA^2 = OM \cdot OK \Leftrightarrow OM = \frac{OA^2}{OK} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$ <p>Suy ra $KM = OK - OM = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$</p> $AM^2 = OM \cdot KM = \frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ <p>Xét $\triangle OMI$ vuông tại M, có</p> $MI = \sqrt{OI^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{6}$ <p>Suy ra $AI = AM + MI = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R\sqrt{3}}{6} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$</p> <p>Diện tích $\triangle AKI$ là $S = \frac{1}{2} AI \cdot KM = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{2} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$.</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>5 (0,5 điểm)</p>	<p>Tìm giá trị lớn nhất của $A = \frac{\sqrt{x-2021}}{x+1} + \frac{\sqrt{x-2022}}{x-1}$.</p> <p>Đặt $a = \sqrt{x-2021}$; $b = \sqrt{x-2022}$ ($a, b \geq 0$)</p> $\Rightarrow \begin{cases} a^2 + 2022 = x + 1 \\ b^2 + 2021 = x - 1 \end{cases}$ <p>Ta có: $A = \frac{a}{a^2 + 2022} + \frac{b}{b^2 + 2021}$</p> $\leq \frac{a}{2a\sqrt{2022}} + \frac{b}{2b\sqrt{2021}} = \frac{1}{2\sqrt{2022}} + \frac{1}{2\sqrt{2021}}$ $A_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{2022}} + \frac{1}{2\sqrt{2021}} \text{ khi } \begin{cases} a^2 = 2022 \\ b^2 = 2021 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2021 = 2022 \\ x - 2022 = 2021 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4043$ <p>Vậy GTLN của A là $\frac{1}{2\sqrt{2022}} + \frac{1}{2\sqrt{2021}}$ khi $x = 4043$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>