SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT HOÀNG MAI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT - NĂM 2022
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên học sinh:…………………………………………………………………………
Số báo danh:……………………………………Phòng thi số:……………………………..…

Câu 1 ***(2,0 điểm):***

Cho các biểu thức: $A=\left(2+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right)\cdot\left(2-\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right)$

Và $B=\left(\dfrac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}-\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b}\right)\cdot\left(a\sqrt{b}-b\sqrt{a}\right)$ (với $a>0, b>0, a\neq b$).

1) Rút gọn A và B.

2) Tìm a và b sao cho $2A=B$ đồng thời $2a+B=4$.

Câu 2 ***(2,5 điểm):***

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=-1 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3-y}{y}=1 \end{cases}$

2) Cho phương trình $2x^2-(m+3)x+m=0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m=2$.

b) Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=\left|x_1-x_2\right|$.

Câu 3 ***(2,0 điểm):***

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy biết đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $M\left(2;\dfrac{1}{2}\right)$ và song song với đường thẳng $2x+y=3$. Tìm các hệ số a và b.

2) Tính các kích thước của một hình chữ nhật có diện tích bằng 40 cm^2, biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm 48 cm^2.

Câu 4 ***(3,0 điểm):***

Cho ΔABC có ba góc nhọn, trực tâm là H và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường kính AK.

1) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình hình hành.

2) Vẽ $OM\perp BC\,(M\in BC)$. Chứng minh H, M, K thẳng hàng và $AH=2.OM$.

3) Gọi A', B', C' là chân các đường cao thuộc các cạnh BC, CA, AB của ΔABC. Khi BC cố định hãy xác định vị trí điểm A để tổng $S=A'B'+B'C'+C'A'$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 ***(0,5 điểm):***

Cho a, b là các số dương. Chứng minh rằng: $\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}}\geq\dfrac{1}{2}$.

--------------**HẾT**-------------

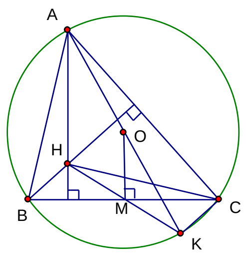
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT HOÀNG MAI

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT - NĂM 2022
ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu	Ý	Lời giải	Điểm
1	1	a) $A=\left(2+\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right).\left(2-\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right)$ $=\left(2+\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}+1}\right)\left(2-\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1}\right)$ $=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1.$ b) $\left(\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b}\right).\left(a\sqrt{b}-b\sqrt{a}\right)=\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}\right).\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$ $=\frac{\sqrt{b}.\sqrt{ab}}{\sqrt{a}}-\frac{\sqrt{a}.\sqrt{ab}}{\sqrt{b}}=b-a.\ \left(a>0, b>0, a\neq b\right)$	0,75 0,75
	2	$\begin{cases}B=2A\\2a+B=4\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}b-a=2\\2a+b-a=4\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}b-a=2\\a+b=4\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}$	0,5
2	1	Hệ $\begin{cases}x-y=-1\\\frac{2}{x}+\frac{3}{y}-1=1\end{cases}$ *tương đương với* $\begin{cases}x-y=-1 & (1)\\\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=2 & (2)\end{cases}$ Đk: $x\neq 0$ và $y\neq 0.$(*) Rút y từ phương trình (1) rồi thế vào phương trình (2) ta được: $\frac{2}{x}+\frac{3}{x+1}=2\Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$. + Với x = 2, suy ra y = x + 1 = 3 (thoả mãn (*)) + Với $x=-\frac{1}{2}$, suy ra $y=x+1=\frac{1}{2}$ (thoả mãn (*)) Vậy hệ đã cho có hai nghiệm: (2; 3) và $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.	0,5 0,5
	2	a) Với $m=2$ phương trình trở thành $2x^2-5x+2=0$. $\Delta=5^2-4.2.2=9$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{2}$. b) Phương trình có biệt thức $\Delta=(m+3)^2-4.2.m=m^2-2m+9=(m-1)^2+8>0$ với mọi m.	0,5

		Do đó phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó theo định lý Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{m+3}{2} \\ x_1 x_2 = \dfrac{m}{2} \end{cases}$. Biểu thức M = $\lvert x_1 - x_2 \rvert = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} =$ $\sqrt{\left(\dfrac{m+3}{2}\right)^2 - 4\dfrac{m}{2}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{m^2 - 2m + 9} = \dfrac{1}{2}\sqrt{(m-1)^2 + 8}$. Do $(m-1)^2 \geq 0$ nên $\sqrt{(m-1)^2 + 8} \geq \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, suy ra M $\geq \sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\sqrt{2}$, đạt được khi $m = 1$.	0,5 0,5
3		1) Viết đường thẳng 2x + y = 3 về dạng y = - 2x + 3. Vì đường thẳng y = ax + b song song với đường thẳng trên, suy ra a = - 2 và b khác 3. (1) Vì đường thẳng y = ax + b đi qua điểm M (2; $\frac{1}{2}$) nên ta có: $\frac{1}{2}$ = 2a + b (2). Từ (1) và (2) suy ra a = - 2 và b = $\frac{9}{2}$ (T/m b khác 3). 2) Gọi các kích thước của hình chữ nhật là x (cm) và y (cm) (x; y > 0). Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy = 40 \\ (x+3)(y+3) = xy + 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 40 \\ x + y = 13 \end{cases}$. Suy ra x, y là hai nghiệm của phương trình: $t^2 - 13t + 40 = 0$ (1). Giải phương trình (1) ta được hai nghiệm là 8 và 5.(Thỏa mãn đk). Vậy các kích thước của hình chữ nhật là 8 cm và 5 cm.	0,5 0,5 0,5 0,5
4		1) Ta có ACK = 90^0 (vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Nên CK $\perp$ AC mà BH $\perp$ AC (vì H trực tâm) => CK // BH tương tự có CH // BK => Tứ giác BHCK là hbh (đpcm)  2) OM $\perp$ BC => M trung điểm của BC (định lý đường kính và dây cung) => M là trung điểm của HK (vì BHCK là hình bình hành) => đpcm ΔAHK có OM là đường trung bình => AH = 2.OM 3) Ta có $AC'C = BB'C = 90^0$=> tứ giác BC'B'C nội tiếp đường tròn => $AC'B'$ = ACB mà ACB = BAx (Ax là tiếp tuyến tại A) => Ax // B'C' OA $\perp$ Ax => OA $\perp$ B'C'. Do đó $S_{AB'OC'} = \frac{1}{2}$R.B'C' Tương tự: $S_{BA'OC'} = \frac{1}{2}$R.A'C'; $S_{CB'OA'} = \frac{1}{2}$R.A'B'	0,5 0,5 1.0 0,5 0,5

		$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}$R(A'B' + B'C' + C'A')= $\frac{1}{2}$AA' .BC ≤ $\frac{1}{2}$(AO + OM).BC (Không đổi). => A'B' + B'C' + C'A', lớn nhất khi A, O, M thẳng hàng <=> A là điểm chính giữa cung lớn BC.	
5		Ta có: $\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)}}$ (1) Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương ta được: $\sqrt{4a(3a+b)} \le \frac{4a+(3a+b)}{2} = \frac{7a+b}{2}$ (2) $\sqrt{4b(3b+a)} \le \frac{4b+(3b+a)}{2} = \frac{7b+a}{2}$ (3) Từ (2) và (3) suy ra: $\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)} \le 4a+4b$ (4) Từ (1) và (4) suy ra: $\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \ge \frac{2(a+b)}{4a+4b} = \frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi a = b.	0,5